
المنطق الرمزى
نشأته وتطوره
دكتور
محمود فهمى زيدان
تليفاكس ٠٣/٥٣٥٤٤٣٨ الإسكندرية

المنطـق الرمـزى

نشـــأته وتطـــوره

الناشـــــر: دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر

العنـــوان: بلوك ٣ ش ملك حفنى قبلى السكة الحديد - مساكن درباله - فيكتوريا - الإسكندرية.

تليفـــاكس: ٥٢٧٤٤٣٨/ ٠٠٢٠٣ (٢ خط) - موبايل/ ٠١٠١٢٩٣٢٣٣

الرقم البريدى: ٢١٤١١ - الإسكندرية - جمهورية مصر العربية.

E- mail

dwdpress@yahoo.com
dwdpress@biznas.com

Websitc

http:/ www.dwdpress.com

عنوان الكتاب: المنطق الرمزى نشأته وتطوره

المؤلـــف: د. محمود فهمى زيدان

رقم الإيداع: ١٥٨١٥/ ٢٠٠٩

الترقيم الدولى: 1 -195 - 327 - 977

المنطق الرمزى

نشـأته وتطـوره

دكتـور

محمود فهمي زيدان

أستاذ بكلية الآداب - جامعة الإسكندرية

تصدير

د. محمد فتحي عبد الله

أستاذ الفلسفة اليونانية

كلية الآداب - جامعة طنطا

الطبعة الثانية

٢٠٠٩/٢٠١٠ م

الناشر

دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر

تليفاكس : ٥٢٧٤٤٣٨ - الإسكندرية

شكر وتقدير

أتقدم إلى السادة

الأستاذ الدكتور إبراهيم مدكور

والأستاذ الدكتور زكى نجيب محمود

والأستاذ الدكتور محمد ثابت الفندى

بأوفر الشكر على ما منحونى من وقت فى قراءة مخطوط هذا الكتاب، وعلى ما تفضلوا به من ملاحظات قيمة واقتراحات حكيمة سواء إن كانت في تاريخ المنطق أو فى نظرياته، والتى لولاها ما جاء هذا الكتاب على النحو الذى أقدمه للقراء، وإن تشجيعهم ليفوق كل تعبير.

د. محمود فهمي زيدان

تصــديـر

يشرفنى أن أقدم للباحثين الطبعة الخامس لكتـاب:- المنطـق الرمـزى نشـأته وتطوره لأستاذى الجليل المرحوم الأستاذ الدكتور/ محمود فهمى زيدان.

ويعد هذا الكتاب من أوائل المؤلفات العربية فى المنطق الرمزى، عرض فيه صاحبه للمراحل الأربع الرئيسية لنشأة المنطق الرمزى وتطوره.

وأشار المؤلف فى هذا الكتاب إلى أن المرحلة الرابعة ليست نهايـة المطـاف – بل أعقبتها مرحلة أخرى تسمى بمرحلة الأنساق المعاصرة، ولم يعرض لها المؤلـف فى كتابه.

وقد قمت بتدريس هذا الكتاب قرابة العشرين عامـا. ودرس لى المؤلـف مادته أثناء مرحلة دراستى الجامعية. وقبل أن يظهر كتابه إلى النور.

وأتمنى أن يمتد بى العمر حتى أقدم للباحثين طبعات جديدة لبقية مؤلفات أستاذنا الراحل.

* أما عن المؤلف فـهو غنـى عـن التعريـف، فـهو أحـد الأسـاتذة العظـام الذيـن درسـوا لجيلـى. وقد تميز بمؤلفاته المتفردة الأصيلة فـى موضوعـها ومنهجـها وأبرزهـا مـا يلى:-

١ – وليم جيمس.

٢– الأستقراء والمنهج العلمى وقد نال عنه جائزة الدولة التشجيعية عام ١٩٦٦م.

٣– كنط وفلسفته النظرية.

٤– المنطق الرمزى نشأته وتطوره.

٥– مناهج البحث الفلسفى.

٦– فى النفس والجسد.

٧– من نظريات العلم المعاصر إلى المواقف الفلسفية.

٨– فلسفة اللغة.

٩- نظرية المعرفة عند مفكرى الإسلام وفلاسفة الغرب المعاصرين.

١٠- مناهج البحث فى العلوم الطبيعية المعاصرة.

كما أنه نقل إلى الانجليزية كتاب الأسس المنطقية للأستقراء. لمحمد باقى الصدد وذلك بتوصية من المؤلف.

كما نقل إلى العربية المسائل الرئيسية فى الفلسفة لألفرد أير.

-وكانت لى بمؤلف هذا الكتاب صلات طيبة.منذ أن كنت طالبا فى المرحلة الجامعية واستمرت حتى وفاته رحمه الله. فقد شاركنى أفراحى وأحزانى وشارك فى مناقشة رسالتى للماجستير وأشرف على رسالتى للدكتوراه. وراجع كل بحوثى التى نشرت حتى تاريخ وفاته ١٩٩٥/٥/١٣م. جزاه الله عنى وعن الباحثين خير جزاء.

-وأخيرا. أتقدم بخالص الشكر والتقدير لكل من عاوننى فى مراجعة هذه الطبعة لهذا المؤلف المتميز وأخص بالذكر الزميل الدكتور/ مدحت نظيف والباحث/ محمد رزق موسى والأخ/ محمد عبد الواحد.

أ.د/ محمد فتحى عبد الله

محتويات الكتاب

الباب الرابع
ظهر المنطق الرمزى

مقـدمـة

١ - أ- حين نقرأ كتابا فى المنطق الرمزى نجده يتناول نظريات رئيسة أربعة: حساب القضايا، وحساب المحمول، وحساب الأصناف، وحساب العلاقات، ويعرض موضوع كل نظرية وعناصرها ومصطلحها الرمزى وقوانينها، لكنه لا يذكر صاحب هذه النظرية أو تلك أو صاحب هذه الفكرة أو تلك من أفكار تلك النظريات. ليس كتابنا كتابا فى المنطق الرمزى بالمفهوم السابق، وإنما موضوعه دراسة تاريخية تتتبع تلك النظريات الأربعة نشأة وتطورا وتربطها بأعلامها؛ حينئذ يمكن لقارىء أى كتاب فى المنطق الرمزى أن يرد كل فكرة من أفكاره الأساسية إلى مصادرها.

ب - قسمنا كتابنا أبوابا أربعة، تمثل حلقات أربعة فى نشأة المنطق الرمزى وتطوره. كان مبدؤنا الموجه فى التمييز بين تلك الحلقات هو مدى تحقيق خصائص ذلك المنطق - كما نعرفه اليوم - وهى استخدامه الرموز، وأنه نسق استنباطى، ومقدار النظريات المقدمة فى كل حلقة. وضعنا فى الحلقة الأولى أعمالا منطقية بدأت ولم تتم - من وجهة نظر المنطق الرمزى فى صورته المتطورة - وتمثلت فى المنطق الأرسطى، والمنطق الرواقى، ومواقف ليبنتز ودى مورجان المنطقية. لقد استخدم أرسطو بعض أنواع الرموز لا كلها، كما تعتبر نظريته فى القياس - وهى محور منطقه - محاولة أولى لما سمى من بعد (نظرية الأصناف). توسع الرواقيون فى استخدام الرموز أكثر مما جاء به أرسطو،

وأدركوا إمكان إقامة المنطق نسقا استنباطيا، كما وضعوا أسس منطق الشرطيات، مما سوف يصبح فيما بعد جزءا من (نظرية حساب القضايا). وقدم ليبنتز محاولة ثانية لإقامة نظرية الأصناف، كما قدم دى مورجان محاولة أولية لنظرية العلاقات.

حـ- تناولنا فى الحلقة الثانية جهود بول وبيرس وشرويدر، وضع بول المبادىء الأساسية لنظرية حساب الأصناف على نحو يختلف عما قدمه التقليديون حيث صاغ نظرية الأصناف فى لغة قوامها رموز علم الجبر وتصوراته الأساسية كما أراد إقامة علم جبر منطقى؛ ومن ثم يعتبر بول مؤسس المنطق الرمزى. ولقد سار بيرس وشرويدر على درب بول، وسدا بعض أوجه النقص فى نظريتهما واستطاعا أن يطورا نظرية العلاقات على نموذج جبر الأصناف. واكتفينا فى هذه الحلقة بذكر بعض تفصيل لمواقف بول وبيرس دون شرويدر، لأن الأخير الذى دار فى فلك بول لم يوقفنا عن التماس الحلقة الثالثة التى طورت عمل جورج بول.

د - تناولنا فى الحلقة الثالثة جهود فريجه وبيانو. وضع الأول أصول نظريتى حساب القضايا وحساب المحمول، على نحو لم يحلم به أصحاب جبر الأصناف؛ وبالرغم من أنه وضع نظرياته المنطقية فى نسق استنباطى محكم على نموذج الهندسة والحساب، فإنه خلصها من أى أفكار رياضية مما كان مألوفا فى الحلقة واستبدل بها أفكارا منطقية خالصة. ولقد ساهم بيانو فى إقامة نفس الأفكار والنظريات بنصيب موفور.

هـ -تناولنا فى الحلقة الرابعة جهود رسل ووايتد اللذين أخذا اتجاه فريجه – بيانو وطورا أفكارهما ونظرياتهما، كما طورا نظريات السابقين جميعا فى نسق

صورى محكم. وغنى عن البيان أن حلقة رسل - وايتهد ليست نهاية المطاف في تطور المنطق الرمزى وإنما قام أعلام معاصرون بتطوير تلك الحلقة مثل لوكاشيفتش وهلبرت وتشيرش وكواين وآخرون، مما لم نتعرض لهم. تاركين دراسة أنساقهم المتباينة لمن شاء أن يعكف عليها.

٢ - ترتبط نشأة المنطق الرمزى وتطوره ارتباطا وثيقا بموضوعين حاولنا تفادى البحث المفصل فيهما: المنطق التقليدى، وفلسفة الرياضيات. أما المنطق التقليدى فهو الصفحة الأولى من صفحات المنطق الصورى، بينما المنطق الرمزى ثانى صفحاته، وهو أيضا تصحيح وتطوير للمنطق التقليدى. ولكن كتب في هذا ما لا يسمح بزيادة لمستزيد، ومن ثم لم نتعرض له إلا بالقدر الذى يسمح لنا بمقارنته بالمنطق الرمزى.

وأما فلسفة الرياضيات فموضوع نشأ وتطور مع نشأة المنطق الرمزى وتطوره، وهو مبحث فى طبيعة العلوم الرياضية ومناهجها ومعيار صحة نظرياتها، وهو أيضا مبحث فى رد التصورات الرياضية الأساسية إلى تصورات منطقية بحتة أو ردها جميعها إلى تصورات أكثر منها سبقا. فلسفة الرياضة مرتبطة بالمنطق الرمزى من جهتين: إن التفكير فى إقامة الأولى هو الذى أثار البحث فى إقامة الثانى، وأن تطوير الثانى هو الذى ساعد على تدعيم الأولى، ومع هذا تفادينا موضوع فلسفة الرياضة هنا، لأنه جدير بدراسة مستقلة.

د. محمود فهمى زيدان

الباب الأول

فجر المنطق الرمزى

الفصل الأول

المنطق الرمزى وخصائصه

٣- المنطق الرمزى وتعريفه:

أ - يسمى المنطق الرمزى Symbolic Logic بأسماء عدة: لوجستيقا Logistic أو (جبر المنطق) Algebra of Logic، أو المنطق الرياضى، أو المنطق الصورى، وكلها عبارات مترادفة ويسمى المنطق الرمزى لأن لغته الرموز لا الكتابة والحديث: وليس معنى هذا أنه يسمى رمزيا لمجرد استخدامه رموزا، فإن هنالك علوما تستخدم الرموز ولا نسميها المنطق الرمزى، كعلم الجبر مثلا؛ واستخدام الرموز شرط ضرورى لإقامة هذا المنطق، لكنه شرط غير كاف ليكون رمزيا، بل يجب - إلى جانب استخدام الرموز - أن يدرس العلاقات المختلفة بين الحدود فى قضية ما، والعلاقات المختلفة التى تربط بين عدة قضايا، ووضع القواعد التى تجعل من القضايا التى يرتبط بعضها ببعض قضايا صادقة دائما. وترجع تسمية المنطق الرمزى باللوجستيقا إلى إتلسن Etelson ولالاند Lalande وكوتيرا Couturat فى المؤتمر الدولى للفلسفة بباريس عام ١٩٠٤؛ لكننا نلاحظ أن الكلمة كانت مستخدمة من قديم، فقد استخدمها الفيثاغوريون للدلالة على جداول يجد فيها الحاسبون نتائج العمليات الحسابية دون جهد، وتذكرنا

بجداول اللوغاريتمات اليوم، وقد استخدم ليبنتز الكلمة كمرادفة لعبارتى (المنطق الرياضى) و (حساب البرهنة) Calculus Ratiocinator؛ ونلاحظ أيضا أن (لوجستيقا) لم تستخدم فقط للدلالة على المنطق الرمزى؛ وإنما استخدمت أيضا للدلالة على اتجاه رد التصورات الرياضية الأساسية إلى تصورات منطقية خالصة[1].وفى القرن التاسع عشر سمي المنطق الرمزى أيضا (جبر المنطق)، وترجع هذه التسمية إلى جورج بول الذى جعلها اسما لنظريته فى جبر الأصناف، ثم استخدمها بيرس وشرويدر للدلالة على نظريات المنطق الرمزى كلها، حيث صيغت جميعها على نموذج جبر الأصناف.ويسمى المنطق الرمزى كذلك (المنطق الرياضى) وبيانو أول من استخدم هذا التعبير، وكان يعني به نوعين من البحث: كان يعنى أولا صياغة المنطق الجديد صياغة تستخدم الرموز والأفكار الرياضية،ويعنى بها ثانيا البحث في رد الرياضيات إلى المنطق؛ وكان يسمى هذا البحث الثانى أيضا (فلسفة الرياضة)[2]. وسمي المنطق الرمزى أخيرا (المنطق الصورى)

---

[1] انظر ما كتبه تشرش A. Chureh عن كلمة لوجستيقا فى؛ The Dictionary of philosophy ed. By D.D. Runes London, 1945,p. 182 وأيضا.
S. Stebbing, A Modern Introduction to Logic, Methuen London, 2nd ed . 1933, p. xiii
وأيضا محمد ثابت الفندى: فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، ١٩٦٩ص ١٠٥-١٢٦.

[2] انظر: P. H. Nidditch, The Development of Mathematical Logic, Kegan Paul London, 1962, pp. 59-60, 73-4.

حيث يراد له أن يكون أكثر صورية مما أتى به أرسطو، ونجد هذه التسمية بنوع خاص عند رسل[٣].

ب- للمنطق الرمزى عدة تعريفات، وأفضلها ما اشتمل على بيان موضوعه؛ وموضوع هذا المنطق هو الاستدلال inference[٤]. والاستدلال هو الانتقال من قضية أو أكثر (ونسميها مقدمة أو مقدمات) إلى قضية أخرى (ونسميها نتيجة)، وترتبط المقدمات برباط معين بحيث إذا قبلنا المقدمات قبلنا النتيجة. والاستدلال ضربان: استنباطى deduction أو استقرائى induction، ويعنينا هنا الأول وهو الذى ترتبط فيه المقدمات بالنتيجة بعلاقات منطقية أهمها علاقة التضمن implication[٥].

٤- خصائص المنطق الرمزى:

أ - للمنطق الرمزى خاصتان أساسيتان: أنه يستخدم الرموز، وأنه نسق استنباطى والرموز التى يستخدمها المنطق الرمزى نوعان: متغيرات Variables وثوابت Constants، وهما مستعاران من الرياضة ومن علم الجبر بنوع خاص. المتغيرات حروف لغوية لا ترمز فى ذاتها إلى شىء محدد، ولكن يمكننا إعطاءها قيمة محددة، وحينئذ نسمى هذه القيمة (قيمة المتغيرات). نقول الحرف (س) فى التعبير (س^٢)إنه متغير، ويمكننا إعطاؤه قيمة عددية محددة إذا ورد فى تعبير مثل (س^٢ = ٤). وتصاغ قوانين الجبر جميعا فى صورة متغيرات وثوابت، خذ القانون

---

[3] B. Russell, the Principles of Mathematics, 2-nd, ed 1937, p. 10.
[4] Ibid., p. 11
[5] Stebbing, op. Cit., pp. 212, 221.

$(أ + ب)^٢ = أ^٢ + ٢أب + ب^٢$ نقول عن الحروف أ و ب إنها متغيرات، وعن علامات الإضافة والمساواة والأس والضرب والقسمة .. إلخ إنها ثوابت. إذا أعطينا الحرف (أ) أى قيمة عددية والحروف (ب) أى قيمة عددية أخرى، وظلت القيمة ثابتة في كل تعويض، كانت المعادلة السابقة صادقة دائما ولقد أراد المنطق أن يضع القضايا والاستدلالات فى صورة رمزية: فيرمز إلى كل حد من حدود القضية برمز، والرموز هنا متغيرات.خذ أمثلة (كل أ يكون ب) ، (إذا كان أ هو ب، فإن حـ يكون د) ، (كل أ يكون ب، كل ب يكون حـ إذن كل أ يكون حـ)، (إذا كان أ هو ب، كان حـ هو د، لكن حـ ليس د، إذن أ ليس ب). نلاحظ أن الحروف السابقة متغيرات الحدود، وأن الصيغ السابقة تعبيرات شبه رمزية عن صور القضية الحملية والشرطية المتصلة والقياس الحملى والقياس الشرطى المتصل على التوالى ويمكن صياغة الاستدلال بحيث يرمز المتغير إلى قضية بأكملها دون تمييز بين حدودها، مثلما نقول: (إذا كان أ، حينئذ ب، لكن لا ب، إذن لا أ)؛ تلك صيغة شبه رمزية لقياس شرطى متصل.

ب- نقول عن الصور السابقة إنها صيغ شبه رمزية لأننا رمزنا إلى الحدود أو القضايا، لكننا لم نضع الثوابت فى لغة رمزية. الثابت فى المنطق هو الحرف أو الكلمة أو عدة الكلمات التى تربط بين قضيتين بسيطتين، تتألف منهما قضية مركبة Compound statement؛ (الشباب طموح) قضية بسيطة، بينما (الشباب طموح والإنتاج مزدهر) قضية مركبة؛ نسمى واو العطف هنا ثابتا منطقيا؛ والثوابت عديدة

منها: (و)، (إما...... أو)، (إذا .... حينئذ) إلخ. يضع المنطق الرمزى رموزا للثوابت، كما يضع رموزا للألفاظ الدالة على السور فى القضية وسنعرض له فيما بعد.

ح- الخاصة الثانية للمنطق الرمزى أنه نسق استنباطى. الهندسة الإقليدية أقدم نموذج عرفته الإنسانية للعلم الاستنباطى، ويتألف هذا النسق من العناصر التالية(١) قائمة التعريفات: وتشمل تعريف الألفاظ المستخدمة فى الهندسة كالنقطة، والخط المستقيم، والسطح المستوى، والزاوية، والزاوية القائمة، والمثلث، والمربع... إلخ. ليست هذه التعريفات قضايا ومن ثم لا توصف بصدق أو كذب، إنما أراد لنا إقليدس Euclides(٣٣٠ - ٢٧٥ق.م) أن نتفق على البدء بها وقبولها. (وهناك) عدد محدود من قضايا سماها إقليدس {أفكارا عامة Common notions، وسميت عند أرسطو ومن بعده (مبادىء) axioms؛ ولقد رأى إقليدس أن هذه الأفكار العامة قضايا واضحة بذاتها وأن فى إنكارها تناقضا ويرجع اعتقاده فى وضوح تلك الأفكار العامة إلى أنه بالرغم من أن الهندسة عنده علم صورى لا علاقة له بالخبرة الحسية، فإنها صادقة على طبيعة المكان الفيزيائى ولقد أراد إقليدس أن يقول بعبارة أخرى إنه بالرغم من أن الأفكار العامة ليست مشتقة من العالم المحسوس فإنها تجد تطبيقا لها فى ذلك العالم. وهاك أمثلة لأفكاره العامة: المساويان لثالث متساويان، الكل أكبر من الجزء، الأشكال المتطابقة متساوية. (٣) المصادرات Postulates قضايا أقل وضوحا من الأفكار العامة، ومن ثم تتطلب برهانا، ولكن إقليدس طالبنا بالتسليم بصدقها بلا برهان، لأن طلب البرهان عليها يعوق تقدم العلم. أرادنا أن نسلم بها منذ البدء،طالما أنه يمكننا أن نستنبط منها قضايا تتناقض معها ولا تتناقض فيما بينها. ومن أمثلة مصادراته: من نقطة معينة

يمكن رسم أى خط مستقيم إلى أى نقطة أخرى، كل الزوايا القائمة متساوية[6].
ويمكننا فى الهندسة الإقليدية الوصول إلى نظريات باستنباطها من تلك التعريفات والأفكار العامة والمصادرات؛ ويلزمنا للوصول إلى هذه النظريات - بالإضافة إلى العناصر الثلاثة السابقة - وضع مبادىء أخرى تسمى (قواعد الاستدلال). وقد استعان إقليدس بعدة قواعد نذكر منها القاعدتين التاليتين: (١) افرض أنه لا يمكن أن تصدق النتيجة أ والنتيجة ب معا ، فإذا كانت أ كاذبة كانت ب صادقة، ولكن ب كاذبة، إذن أ صادقة. (٢) لا يمكن أن تكون القضايا أ و ب و حـ كلها كاذبة، لكن ب تتضمن س الكاذبة، و حـ تتضمن ص الكاذبة، نستنتج أن أ صادقة[7] ونقول عن علم ما إنه نسق استنباطى إذا حوى عدد من التعريفات والمبادىء والمصادرات الواضحة الصريحة منذ البدء وبلا برهان، ثم انتقل إلى البرهان على قضايا معينة بطريق الاستنباط الصورى المحكم من تلك البدايات مستعينا بقواعد الاستدلال.

د- أراد المنطق الرمزى أن يكون نسقا استنباطيا بالمعنى السابق، مع بعض تغييرات اقتضاها تطوير الرياضيين والمناطقة لطبيعة النسق الاستنباطى ومنذ منتصف القرن التاسع عشر رأى أصحاب المنطق الرمزى أن يتألف المنطق - لكى يكون نسقا استنباطيا - من العناصر التالية: (١) أفكار أولية لا معرفة Primitive notions، وليست هذه مستحيلة التعريف، وإنما لكى نقدم تعريفات، يجب أن نبدأ بألفاظ لا

---

(6) قارن: -.S. Barker, Philosophy of Mathematics, Printice- Hall, Inc
Englewood clif fs, N. J. , 1st ed., 1964, pp. 20-26-7

انظر أيضا: محمد ثابت الفندى: المرجع السابق ص ٤٤-٤٨؛ وأيضا عبد الرحمن بدوى: مناهج البحث العلمى، دار النهضة العربية، القاهرة ١٩٤٤، ص ٨٩-٩١.

(7) L. W. H. Hull, History and Philosophy of Science. Longmans; London, 1959, p. 71.

تقبل التعريف، وإلا يكون التعريف مستحيلا. ليست لهذه الأفكار اللا معرفة ضرورة منطقية بأي معنى، وإنما هي اختيار تحكمي يدونه صاحب النسق للبدء به، ومن الممكن لصاحب نسق آخر أن يبدأ بلا معرفات مختلفة ومبدؤنا في الاختيار هو البساطة فقط؛ نقول عن الفكرة أ أنها أبسط من الفكرة ب أو أن لها السبق المنطقي، إذا كنا نستعين بالأولى في تعريف الثانية بينما لا تحتاج أ في تعريفها إلى الفكرة ب (٢) قائمة التعريفات: تعريف الألفاظ التي نستخدمها في بناء نظرية منطقية معينة، ونستعين باللامعرفات في تلك التعريفات. (٣) مجموعة القضايا الأولية primitive propositions التي نبدأ بها بلا برهان؛ لا يفرق المنطق بين المبادىء والمصادرات فكلاهما قضايا أولية بلا تمييز. نلاحظ على هذه القضايا الأولية أنها لا توصف بأنها واضحة بذاتها أو ضرورية أو أن نقيضها مستحيل وإنما توصف فقط بأنها أكثر بساطة من غيرها بالمعنى السابق للبساطة، وأن إحداها لا تناقض الأخرى. (٤) يمكننا من تلك العناصر الثلاثة السابقة إقامة قضايا جديدة بطريق الاستنباط الصوري المحكم، مع الاستعانة ببعض قواعد الاستدلال[٨].

---

[٨] قارن : Stebbing, op. Cit., pp. 175-180

الفصل الثانى

أرسطو والمنطق الرمزى

٥- مقدمة:

أشرنا إلى أن المنطق الرمزى منطق صورى، والمنطق التقليدى صورى كذلك ولقد أراد المناطقة المحدثون للمنطق أن يكون أكثر صورية مما بدأ عليه المنطق التقليدى؛ ذلك يعنى أن المنطق التقليدى قطع شوطا فى إقامة صورية المنطق. لن نبحث هنا فى المنطق التقليدى، وإنما فى المنطق الأرسطى - وهو الأصل؛ فنبحث فى مدى ذهاب أرسطو فى صورية المنطق. وذلك بمعرفة المدى الذى ذهب إليه فى استخدام الرموز، واتخاذ النسق الاستنباطى منهجا لصياغة نظرياته.

٦- هل استخدم أرسطو المتغيرات؟

أ- كان أرسطو يتناول فى منطقه حدودا كلية universal terms مثل (إنسان)، حيوان، (حصان)، وكان يفترض أن هذه الحدود تدل على وجود واقعى محسوس لما يندرج تحتها من أفراد. ونلاحظ أنه لم يعط مكانا متميزا فى منطقه للحدود الشخصية Singular Terms مثل أسماء الأعلام، وذلك لأنه أراد لحدوده أن تستخدم كموضوعات أو محمولات على السواء فى القضايا ولا يستطيع الحد الشخصى أن يؤدى هذه الوظيفة، إذ يؤدى وظيفته كموضوع فقط. ونلاحظ

أيضا أن أرسطو تجاهل الحدود الفارغة، أي الحدود التي لا يندرج تحتها ما يشير إلى فرد موجود في الواقع مثل (حصان مجنح) وما إلى ذلك[1].

ب- كان أرسطو حريصا على كتابة القضايا في صورة رمزية، إذ كان يضع حروف الهجاء كرموز للمتغيرات متغيرات وترمز إلى الحدود في القضية ومن المألوف أن تعبر كتب المنطق التقليدي عن القضية الكلية الموجبة مثلا بالصيغة كل أ يكون ب، (All A is B)، لكن لم تكن هذه طريقة أرسطو في صياغتها؛ كان أرسطو يقدم المحمول على الموضوع من خلال صيغة معينة هي: ب محمول على كل أ (B is predicated of all A) أو (ب ينتمي إلى كل أ) (B belongs to all A)[2]. وكان أرسطو يصوغ القياس في صورة رمزية أيضا، لكنه لم يضعه في صورة استدلال بحيث يوضع القياس في ثلاثة أسطر متتابعة وأمام النتيجة علامة إذن، كما نألف في كتب المنطق التقليدي؛ (أن أول من استخدم هذا الرسم للقياس هو الإسكندر الإفروديسي Alexander of Aphrodisias في أواخر القرن الثاني وأوائل الثالث الميلادي) كان أرسطو يصوغ القياس في صورة قضية شرطية متصلة تعبر المقدمتان مرتبطتين بواو العطف عن المقدم وتعبر النتيجة عن التالي: (إذا كان أ محمولا على كل ب، ب محمولا على كل حـ فإن أ محمول على كل حـ)[3] يزداد استخدام أرسطو لمتغيرات الحدود حين يتحدث عن قوانين العكس conversion ونقض المحمول obversion عكس النقيض transposition: (إذا كان أ محمولا

[1] J. Lukasiewicz, Aristotle S, Syllogisic, etc 2nd ed. Oxford, 1957, pp. 607.

[2] Analytiea priora, i. 5, 27a 5-10.

[3] An. Pr., i. 4, 25b 38-40.

على كل ب، فإن ب محمولا على بعض أ)، وهكذا[٤]. إن استخدام رموز المتغيرات في المنطق اختراع أرسطي لم يسبقه إليه أحد وقد يكون قد أشتم هذا الاستخدام من الهندسة حين نريد تسمية خط مستقيم نسميه بحرفين من حروف الهجاء، ونجد هذا الاستخدام لرموز المتغيرات عند يودوكسس Eudoxus (٤٠٨-٣٥٥ ق.م.)[٥].

جـ- لقد استخدم أرسطو – في سياق واحد فقط فيما نعلم – حروف الهجاء رموزا للقضايا لا للحدود. حين أثبت أن ما هو ضروري ينتج عما هو ضروري، وأن الممكن ينتج عنه الممكن، وأن القضية الضرورية أو الممكنة لا يلزم عنها قضية مستحيلة، قال:

(... إذا كان أ محمولا على ب، و ب محمولا على حـ، فإن أ محمولا على حـ وإذا كانت كل منها ممكنة فالنتيجة ممكنة. وإذا وجب علينا أن نعتبر مثلا أ ضروريا يكون ب ضروريا، بل وينتج أيضا أنه إذا كان أ ممكنا يكون ب ممكنا. وما دمنا برهنا على ذلك فمن الواضح أنه إذا قمنا بفرض خاطيء لكنه ليس مستحيلا فإن نتيجة الفرض سوف تكون خاطئة لكنها لن تكون مستحيلة. إذا كان أ خاطئا لكنه غير مستحيل، وإذا كان ب نتيجة أ، فإن ب خاطيء لكنه ليس مستحيلا)[٦].

---

(4) Ibid., i. 2, 25a 17.

(٥) يودوكسس أكبر الرياضيين الإغريق قبل إقليدس؛ عاصر أفلاطون وصاحبه فى رحلته إلى مصر وإيطاليا، وهو صاحب نظريات التناسب Proportion فى الهندسة. تقول إحدى هذه النظريات أن أضلاع المثلثات المتساوية الزوايا متناسبة، وقد عارضه المتأخرون من الفيثاغوريين لكنه رد عليهم ببراهين محكمة معقدة، وقد استخدم إقليدس هذه النظريات فى الجزءين الخامس والسادس من المبادىء؛ انظر أيضا: W. Kneaie & M. Kneal. The Development of Logic, 2nd ed., 1964, Oxford, p. 61.

(6) An. Pr., i. 15, 34a 20-28.

٧- هل عرف أرسطو الثوابت؟

ميز أرسطو في كتاب العبارة بين القضية البسيطة simple والقضية المركبة Composition.، وأن الأولى تقرر شيئا أو تنفيه عن موضوع ما، بينما تتألف الثانية من قضايا بسيطة، لكن أرسطو لم يجعل هذا التمييز بداية لتحليل منطقي للقضية المركبة ومن ثم لم يدرس الثوابت التى تقوم في القضايا المركبة دراسة مستفيضة، وبالتالى لم يضع لها رموزا[٧]. لقد استخدم أرسطو ثوابت قليلة كالسلب negation والربط conjunction والتضمن implication؛ استخدم السلب حين وضع قواعد التقابل بين القضايا المتناقضة والمتضادة؛ والربط بين القضايا حين صاغ القياس في صورة تضمن، كما قلنا/ لكنه لم يدرس الربط والتضمن دراسة خاصة. عرف أرسطو فكرة السور في القضية واستخدمها ليدل على كم الموضوع، لكنه لم يدرك أهميتها المنطقية البالغة[٨]، وبالتالى لم يضع له رموزا. لقد عرف أرسطو - باختصار - عددا قليلا من الثوابت، كما أنه لم يتوسع في تحليل هذا القدر الذى عرفه.

٨- هل أقام أرسطو المنطق نسقا استنباطيا؟

أ. أ - أول نسق استنباطي عرفته الإنسانية هو الهندسة الإقليدية، كما قلنا لكن أرسطو واضع أسس هذا النسق[٩]. نجد ذلك في كتاب التحليلات

---

[٧] لاحظ ستبنج أن أرسطو يميز بين القضية البسيطة والمركبة ولكنه لم يهتم بهذا التمييز. حيث يميز المنطق التقليدى بين القضايا الحملية والشرطية بنوعيهما ولذلك رأى أن القضية المركبة ما ارتبطت بأداة الفصل. لقد بعثت هذه القسمة الثلاثية الغموض في قسمة القضية إلى بسيطة ومركبة؛ انظر:

S. Stebbing, A Modern Introduction toloqic, 2nd ed., 1933, Methuen, pp. 42-3

[8] Lukasiewicz, op cit., p. 83.

[٩] منطق أرسطو منطق استنباطي بلا شك إذا نظرنا إلى المنطق الاستنباطي على أن يحوى قواعد الاستدلال المباشر والاستدلال القياسى ورد الأقيسة، وقواعد استنباط النظرية الرياضية من مجموعة تعريفات

الثانية الذى يفتتحه أرسطو بقوله إن كل برهان يبدأ بثلاثة عناصر: تعريفات definitions ومبادىء axioms وفروض hypotheses- يبدأ بها كل برهان لكنها في ذاتها لا تقبل البرهان وحين يتحدث أرسطو عن البرهان فإنه يهتم بوجه خاص بالبرهان الهندسي ويعطى منه أمثلته التوضيحية. حيث يقرر أنه بالتعريفات نحدد معانى الألفاظ المستخدمة فى العلم المراد بحثه، ليست التعريفات قضايا تقرر وجود شىء ما أو تنفيه ومن ثم لا توصف لا بالصدق ولا بالكذب، وإنما يكفى أن يكون اللفظ المعرف مفهوما لدينا[١٠]. أما المبدأ فهو قضية يجب أن يعرفها الطالب إذا أراد أن يتعلم شيئا على الإطلاق، وهنالك شروط ثلاثة يجب توفرها فى القضية كى تكون مبدأ: أن تكون صادقة true، وأولية primary، وأكثر قبولا لدى العقل more intelligible من النتائج المستنبطة منها[١١]. كان أرسطو يعنى بالقضية الأولية أن تكون قضية مباشرة، أى ما يفهم معناها دون الاستعانة بقضية سابقة عليها، وذلك يجعلها أكثر قبولا لدى العقل أى يقبلها العقل دون عناء أو تردد. نأتى الآن على مقصد أرسطو من صدق المبدأ. يبدو أنه يعنى به انطباق المبدأ على الواقع دون أن يكون

ومبادىء. لكن لا يعتبر منطق أرسطو منطق استنباط إذا أخذنا منطق الاستنباط مرادفا لنظرية حساب القضايا المعروفة فى المنطق الرمزى، لأن أرسطو لم يشف غليلنا فيها. ولا يعد منطقه منطق استنباط أيضا إذا نظرنا إليه على أنه مجموعة تعريفات منطقية ومبادىء معينة بشكل واضح صريح ثم يستنبط منها نظرياته المنطقية.

(10) An. Post., 76b 35-40.

(11) W. D. Ross, Aristotle, Methuen 5th ed. Revised, 1949, p. 43.

الأول مشتقا من الثاني، وذلك يعني أن الصدق عنده في هذه الحالة صدق واقعي: نصل إلى المبدأ مستقلا عن الواقع وإن كان هذا الواقع يؤيده[12]. أما الفرض فهو قضية تقرير واقعة يمكن استنباط نتائج منها، كافتراض أن أي خط يجب أن يكون ذا طول معين؛ يلاحظ أرسطو أن الفرض أقل وضوحا من المبدأ ومن ثم يمكن البرهان عليه لكن المعلم الأول يسوقه دون برهان ويمكن البرهنة عليه في سياق آخر غير العلم الذي يأتي فيه. ومن هذه التعريفات والمبادىء والفروض يمكن استنباط قضايا هي النظريات. نلاحظ وجه الشبه بين أسس النسق الاستنباطي عند أرسطو وإقليدس فقد اتفقا في البدء بتعريفات؛ وأن ما سماه إقليدس (أفكار عامة) هو ما رآه أرسطو (مبادىء)، أما (المصادرات) عند إقليدس فهي قريبة من معنى الفروض عند أرسطو. فإذا عرفنا أن إقليدس كان في الثامنة من عمره حين مات أرسطو، ونعلم أيضا أنه تلقى تعليمه في أكاديمية أفلاطون، لكننا نعلم أيضا أن طريقة الاستنباط التي اتبعها كتاب المبادىء تستند في جانب منها إلى الجدل الأيلي ونظريات الأورجانون؛ يمكننا في ضوء هذه الوقائع أن نفترض استفادة إقليدس من التحليلات الثانية حين وضع الهندسة علما استنباطيا.

ب- بالرغم من أن أرسطو هو الذي وضع أسس النسق الاستنباطي – في أول صوره – فإنه لم يستطع إقامة منطقه باعتباره نسقا استنباطيا بحيث يمكن حصر المنطق الأرسطي – متجاهلين الجزء الخاص بالقضايا الموجهة – في أربع

---

(12) Ibid.

موضوعـات رئيسية: (١) التقـابل بـين القضايـا ويشـمل قواعـد التنـاقض والتضـاد والتداخل والدخول تحت التضاد[١٣]، (٢) الاستدلال المباشر ويشمل قواعد العكس ونقض المحمول وعكس النقيض، (٣) القياس بأشكاله وضروبه وقواعد إنتاجـه، (٤) رد الأقيسة وهـو البرهـان علـى صحـة ضروب الشكلين الثـانى والثـالث باستنباطها مـن ضـروب الشـكل الأول[١٤]. ويلاحـظ أن أرسـطو لم يضـع هـذه النظريـات فـى نسـق استنباطى، وهاك بعض الشواهد.

١- لم يذكـر أرسـطو فـي صراحـة ووضـوح ومنـذ البـدء قائمـة التعريفـات والمبادىء، والمصادرات بالنسبة لكل نظرية مـن النظريـات السابقة، ولا بالنسبة للنظريات كلها كما لو كانت نظرية واحدة.

٢- وضع أرسطو قوانين كل نظرية من النظريـات الثلاثـة الأولى السـابق ذكرها، منفصـلا بعضها عـن بعض، ولـو قد نظر إلى منطقه كنسق لربط بينها وحذف منها ما كان تكرارا. خذ القوانين الثلاثة الآتية: إذا كـان ب محمولا على أ فإن ب محمولا علـى بعض أ (أحـد قوانـين التقابل)، إذا كان ب محمولا علـى كل أ، و أ محمـولا علـى كـل حـ، فإن ب محمـولا علـى كل حـ (الضرب الأول علـى الشكل الأول)، إذا كـان ب محمـولا

---

[١٣] مربع أرسطو – كشكل مرسوم – ليس من وضع أرسطو، وإنما من وضع الشراح. لكن أرسطو كتب قواعد التناقض والتضاد والتداخل والدخول تحت التضاد. انظر: **Kneale, op. Cit., p56**.

[١٤] أشكال القياس عند أرسطو ثلاثة لا أربعة. وليس صحيحا أن جالينوس هو الذى وضع الشكل الرابـع، ويقال إن ابن رشد هو صاحب هذا القول. نعم تحدث جالينوس (فى القرن الثانى الميلادى) عـن أشـكال أربعة للقياس لكن الشكل الرابع لم يكن قياسا أرسطيا وإنما لقياس مركب من أربعة حدود. وليس ذلـك هو الشكل الرابع التقليدى. المرجح أن هذا الشكل من صياغة شخص ما مجهول الاسـم بعـد القـرن السادس الميلادى. انظر: **Lukasiewicz, op. Cit pp. 38-41**.

على كل أ، و حـ محمولا على كل أ، فإن ب محمول على بعض حـ (الضرب الأول من الشكل الثالث)، إذا أخذنا هذه القوانين الثلاثة واعتبرناها مقدمات أولية لنسق منطقي بمعنى أنه يمكن استنباط قضايا منها أكثر تعقيدا – كما فعل أرسطو نفسه – لوجدنا أن القانون الثالث لغو حيث يمكن اشتقاقه من القانونين الأول والثاني[١٥].

٣– حين يبرهن أرسطو على صحة الشكلين الثاني والثالث من القياس باستنباطهما من ضروب الشكل الأول، يأخذ ضربا مناسبا من الشكل الأول كمقدمة أولية يستنبط منه الضرب المطلوب رده، وتستلزم عملية الرد أيضا استخدام بعض قواعد التقابل والاستدلال المباشر، ومن ثم نعتبر هذه القواعد وبعض ضروب الشكل الأول مبادىء للبرهان المطلوب. لكن أرسطو – وهو يقوم بعملية الرد – لا يضع في وضوح تلك المبادىء قبل البدء في البرهان.

جـ –نلاحظ أن فكرة إقامة المنطق باعتباره نسقا استنباطيا لم تقم في أذهان المناطقة إلا بعد منتصف القرن التاسع عشر، حين تطور البحث في الهندسات اللاإقليدية، وحاول الرياضيون وضع أسس النسق الاستنباطي كي يقيموا الهندسة نسقا استنباطيا محكما، ثم انتقلت الجهود إلى جعل علم الحساب نسقا[١٦]. كان

---

[١٥] قارن: P. F. Strawson, Introduction to Logical Theory, Methuen, London, 1st ed., 1952, Paperb. Ed. 1963, p. 160.

[١٦] نعم لقد تمكن فييت من إقامة علم الجبر فى القرن السادس عشر كما تمكن ديكارت من إقامة الهندسة التحليلية فى القرن السابع عشر، لكن لم ينظر أى منهما أو غيرهما فى ذلك العصر نظرة نقدية إلى الهندسة الإقليدية، كما أنهما لم يحاولا إقامة الهندسة أو الجبر فى نسق استنباطى محكم. نعم شغل ديكارت بمنطق الاستنباط لكنه من وجهة أخرى ثار على القياس الأرسطى الذى هو أحد نماذج

المنطق فى ذلك الوقت قد نشأ وبدأ يتطور؛ فكر أصحابه حينئذ فى إقامته نسقا استنباطيا هو الآخر، وينشأ السؤال فى أذهان بعض المناطقة الرمزيين عما إذا كان يمكن وضع منطق أرسطو فى نسق استنباطى. ويعد لوكاشيفتش من أبرز من قاموا بهذه المحاولة[١٧].

٩- أرسطو ولوكاشيفتش:

أ- أدرك لوكاشيفتش أن أرسطو لم يضع منطقه فى نسق استنباطى،لكنه أدرك أيضا أن بذلك المنطق مقومات النسق، اعتمادا على كتابات أرسطو نفسه. ويبدو أن لوكاشيفتش وضع أصابعه على الأفكار الأرسطية الآتية.

١- أقام أرسطو تصنيفه الرباعى للقضية الحملية على بضع أفكار اعتبرها واضحة لا تحتاج إلى تعريف مثل السور الكلى والسور الجزئى والسلب مما نعبر عنها بكلمات (كل)، (بعض) ،(لا) على التوالى.

٢- عرف أرسطو فكرتى الربط والتضمن حين صاغ الأقيسة، ومن ثم عرف القضية المركبة التى تحوى الربط والشرط، مما نعبر عنها بواو العطف وأداة الشرط.

٣- رأى أرسطو فى مبدأ الهوية principle of indentity، أحد القوانين الأساسية للفكر وأنه لا يقبل البرهان وإن كنا نستخدمه فى البرهنة[١٨].

الاستنباط، ومن جهة أخرى كان يستخدمه بالمعنى المنطقى الدقيق الذى ينطوى على تطبيق قواعد معينة. لقد بدأ ليبنتز حقا محاولة أولية لجعل منطق الأصناف نسقا استنباطيا كما سنرى.

(١٧) لوكاشيفتسن (١٨٧٨ – ١٩٥٦) أحد أعلام المنطق الرمزى من البولنديين، له إضافات هامة وأبحاث كثيرة أصيلة فى المنطق الرمزى. وتوصل إلى قوائم الصدق عام ١٩٢٠ مستقلا عن بوست Post وفتجنشتين. عين أستاذا فى جامعة دبلن بعد الحرب العالمية الثانية.

(18) Topica, VII, 1, 152 a 30.

٤- لم يبرهن أرسطو على قوانين التقابل والعكس بطريق القياس وإنما برهن على بعضها بطريق البعض الآخر، مما يوحى بأنها فى نظره مقدمات أولية. نلاحظ أيضا أنه كان يستخدم هذه القوانين فى رد الأقيسة.

٥- كان أرسطو إذا أراد البرهان على ضرب الشكلين الثانى أو الثالث إنه يستنبطه من ضرب مناسب من ضروب الشكل الأول، كما رأى إمكان رد الضربين الثالث والرابع من الشكل الأول إلى الضربين الأول والثانى منه. يوحى ذلك أن أرسطو كان ينظر إلى الضربين الأول والثانى من الشكل الأول على أنهما مقدمات أولية فى نظرية الرد[١٩].

ب – قد تكون هذه الأفكار أو غيرها مما اعتبره لوكاشيفتش المادة الخام فى كتابات أرسطو لإقامة منطقه نسقا استنباطيا. يعطينا لوكاشيفتش فى كتابه القياس الأرسطى من وجهة نظر المنطق الصورى الحديث صورا متعددة للنسق الأرسطى. نذكر هنا إحداها:

١- أربعة ثوابت منطقية: (كل – يكون –) (– ~ – All)، (لا – يكون –)، (بعض – يكون –) ، (بعض – لا يكون). فى كل ثابت مكانان خاليان يملآن بحدود، وحدود كلية فقط، يتألف التصنيف الرباعى للقضية الحملية من تلك الثوابت وقيم المتغيرات التى تدخل عليها.

٢- ثلاثة ثوابت منطقية أخرى: (لا) ، (و) ، (إذا .... حينئذ).

---

[١٩] تقوم نظرية رد الأقيسة على تقسيم الأقيسة إلى نوعين: قياس تام **Perfect syllogism** وقياس ناقص **imperfect syllogism** والتام ما يكون واضحا بذاته ولا يحتاج لإدراك ضرورته إلى مقدمة غريبة على مقدمتيه، والناقص ما يحتاج إلى مقدمة أخرى لإدراك ضرورته، وذلك يعنى أن

٣- الثابتان (كل - يكون -)، (بعض - يكون -) حدود أولية لا معرفة، بواسطتها يمكننا تعريف الثوابت الأخرى.

٤- ثلاثة مبادىء: مبدأ الهوية، قانونان من قوانين العكس (اثنان من القوانين الثلاثة لعكس (ك م) و (ك س) و (حـ م)، الضربان الأول والثانى من ضروب الشكل الأول للقياس[٢٠].

خلاصة ما يراه لوكاشيفيتش أنه إذا أردنا وضع منطق أرسطو - وبمعنى أدق نظريتى القياس والرد - فى نسق استنباطى، يمكن البداية بفكرتين لا معرفتين (كل ، بعض)، وثلاثة تعريفات لا، و، إذا، وخمسة مبادىء، يمكننا بواسطتها استنباط الضروب الأخرى من الشكل الأول وكل ضروب الشكلين الآخرين[٢١]

١٠ - خاتمة:

يمكننا الآن الإجابة عن المدى الذى يكون أرسطو قد بلغه فى إقامة منطق رمزى. لقد قطع شوطا محدودا فى إقامة منطق رمزى. واستخدم نوعا واحدا من الرموز، وهى رموز المتغيرات للحدود، ولم يستخدم رموزا ترمز إلى القضايا إلا فى النادر ولم يدرس الثوابت والأسوار دراسة جادة، وبالتالى لم يضع لها رموزا.

القياس الناقص محتاج لبرهان. ورأى أرسطو أن الشكل الأول للقياس قياس تـام، بينما الشكلان الآخران ناقصان. انظر: An Pr. I. 1, 24 b22, 29 b29.

(20) Lukasiewicz, op. Cit, pp. 45- 8, 72-3.

(٢١) نجد محاولات أخرى لوضع نظريتى القياس والرد عند أرسطو فى نسق استنباطى حيث تختلف مقدمات النسق عما أورده لوكاشيفتش انظر:

P. F. Strawson, Introduction to Logical Theoy, Methuen, 1st ed. 1952, paperback ed., 1963, pp. 152-63.

وأيضا:

D. mitchell, An Introduction to Logic, Hutchinson, London, 1st ed, 1962, 2nd ed., 1964, pp. 30-44.

الفصل الثالث

المنطق الميغارى والرواقى

١١- مقدمة :

أ- فى الوقت الذى ازدهرت فيه المدرسة المشائية فى حياة أرسطو، كانت هنالك مدرسة أخرى، ذات شأن، هى الميغارية، وقد أسسها إقليدس (٤٥٠-٣٧٤ق.م)[١] - أحد تلاميذ سقراط وصديق أفلاطون درس فلسفة بارمنيدس (٥٤٠-٤٧٠ ق.م) وعاصر زينون الإيلى (٤٩٠ - ٤٣٠ ق.م) الذى سبقه إلى أخذ العلم عن بارمنيدس وله نظريات فى الأخلاق والميتافيزيقا، ولا يعنينا هنا أمرها، وقد أخذ بها تلاميذه وأتباعه، كما عنوا أيضا بالمنطق. وكان للميغارية زمن أرسطو شأن كبير، لدرجة أنه كان يشير إلى آرائهم الميتافيزيقية مهاجما[٢]. ويقال إن يوبوليدس Eubukides أحد تلاميذ إقليدس كان يعارض أرسطو فى بعض آرائه المنطقية. ولمع من الميغاريين فى أواخر القرن الرابع وأوائل الثالث قبل الميلاد ديودورس كرونس Diodorus Cronus وتلميذه فليون philo وهو غير فيلو الفيلسوف الإسكندرانى (٣٠ق.م - ٥٠م) وقد طورا معا آراء أستاذهما الميتافيزيقية وأخذا الجدل الإيلى عن السابقين من زملائهم فى المدرسة وأثارت قراءتهما لحجج زينون الإيلى فتح باب منطق القضية الشرطية، وسوف نعرف بعد قليل أن فيلو الميغارى أول

---

[١] اقليدس الميغارى غير اقليدس الهندسى.

[٢] هاجم أرسطو الميغاريين لإنكارهم مثلا للتمييز بين القوة والفعل. انظر:

Met., 1046 b 28-30.

من اهتم اهتماما خاصا بالقضايا المركبة وبالقضية الشرطية بوجه خاص، ووضع قواعد صدقها وكذبها؛ وبذا سبق المنطق الصورى الحديث فى إدراك أهمية القضية المركبة ودالّة الصدق.

ب- ستلبو Stilpo ميغارى متأخر تتلمذ عليه زينون Zeno ٣٣٦ - ٢٦٤ق.م) الذى انفصل عن أستاذه وأنشأ مدرسته الخاصة المعروفة بالرواقية ، وواضح أن المدرسة الميغارية لم تعمر طويلا بعد القرن الثانى قبل الميلاد، بينما ازدهرت المدرسة الرواقية عدة قرون بعد الميلاد، وكم كانت نشطة أيام ماركوس أوريليوس (١٢١ -١٨٠) وكان للمدرسة تعاليمها الأخلاقية والميتافيزقية وأخذت عن أساتذتها الميغاريين منطقهم الإيلى، وقد طور الرواقيون أبحاث الميغاريين فى الشرطيات وزادوا عليها. وكريسيبوس Chrysippus (٢٨٠ - ٢٠٧ ق.م) أهم الشخصيات الرواقية المنطقية، وهو خليفة كليانتس cleanthes (٢٦٤-٢٣٢ ق.م) الذى أخذ رأسا عن زينون مؤسس المدرسة[٣].

حـ - عاصرت المدرسة الرواقية المدرسة المشائية، وازدهرتا معا، وكانت المنافسة بينهما شديدة، وبخاصة فى المنطق. كان بعض زعماء المشائين - مثل الإسكندر الأفروديسى - يعتبرون الرواقيين خوارج على منطق أرسطو، ولكنهم أساءوا فهم الرواقيين. نعم اختلف الرواقيون مع أرسطو فى بعض نظرياته المنطقية، إلا أن الاختلاف لم يصل إلى حد الثورة عليه.فلا يسمح القياس الأرسطى عندهم بزيادة لمستزيد، ومن ثم لم يعرضوا له، غير أنهم رأوا أن هنالك موضوعات لم يبحثها

---

(٣) انظر:

W. Kneale & M. Kneale, The Development of Logic, pp. 113-117.

أرسطو بحثا كافيا مثل القضية والأقيسة الشرطية والنظر إلى المنطق كنسق استنباطى، وأرادوا استكمال ذلك. والمنطقان الأرسطى والرواقى فى الواقع يكمل أحدهما الآخر، وقد كان هذا التكامل أمرا مألوفا منذ عهد مبكر وامتد إلى العصر الوسيط. كان جالينوس galen فى القرن الثانى الميلادى وبويس Boethius فى القرن السادس يشرحان بعض نظريات أرسطو مستخدمين أفكارا رواقية. والمنطق التقليدى فى جملته يطلق على نظريات أرسطو وما أضيف إليها من شروح وإضافات من المشائين والرواقيين ومناطقة العصر الوسيط.

د- ومصادرنا عن المنطق الميغارى والرواقى غير مباشرة، وصلتنا أخبارهم عن مؤلفين، بعضهم رواقيون أو مؤرخون لهم، أو عن طريق خصوم يذكرون آراءهم لتفنيدها. ومن أبرز هذه الشخصيات جالينوس وهو مشائى أكثر منه رواقى، وكثيرا ما ضمن آراءه نظريات رواقية، وسكستوس أميريكس من شكاك القرن الثالث الميلادى الذى عرض للمنطق الرواقى لدحضه، وديوجين لائرتيوس Diogenes Laertius الرواقى المتحمس، والإسكندر الأفروديسى خصم الرواقية الشديد.

١٢- منطق الشرطيات قبل الميغاريين:

أ- يذكر للمنطق الرمزى دراسته المستفيضة للقضية المركبة والثوابت المنطقية ودالات الصدق، كما يذكر له إقامة المنطق نسقا استنباطيا. وقد توسع الرواقيون فى هذه الموضوعات، وساهموا مساهمة فعالة فى (حساب القضايا). وسبق لنا أن أشرنا إلى أنهم تتلمذوا للميغاريين، وجعل الطرفان الجدل الأيلى نقطة بداية بحثه، وما قاله زينون الأيلى كان مثيرا لأنتباه الميغاريين.

ب- كان زينون الايلي يستخدم البراهين لدحض مذهب الكثرة الميتافيزيقي Pluralism، وكان يتخذ الصورتين التاليتين: (١) إذا كان أ هو ب، فإن حـ هو د؛ وإذا كان أ هو ب، فإن حـ ليس د؛ من المحال إذن أن يكون أ هو ب. (٢) إذا كان أ هو ب فإن حـ هو د، لكن حـ ليس د، إذن أ ليس ب. تسمى الصورة الأولى من البرهان (الرد إلى المحال) reductio ad impossibile والصورة الثانية (برهان الخلف) reductioad absurdum أو (حالة الرفع) modus tollens[٤].

ج – لم يفرد أرسطو بحثا مستقلا للقضايا والأقيسة الشرطية، لأنه اعتبر الحملية النوع الأساسي للقضية، والقياس الحملي النوع الأساسي للبرهان؛ وبالرغم من ذلك نجد عنده نقطتين على الأقل كانتا مادة لبحث المناطقة من بعده في الشرطيات، وهما (١) صياغة القياس في صورة قضية شرطية متصلة، تعبر المقدمتان مرتبطتين بواو العطف عن المقدم، وتعبر النتيجة عن التالي، وفي ذلك يقول أرسطو:

"حين يرتبط ثلاثة حدود أحدهما بالآخر، بحيث يكون الأخير محتوى في الأوسط كاحتواء (الجزء) في الكل، والأوسط محتوى في الأول أو مستبعدا منه كاحتواء (الجزء) من الكل أو استبعاده منه، فإن الحدين المتباعدين يجب أن يرتبطا في قياس تام... إذا كان أ محمولا على كل ب و ب محمولا على كل حـ فإن أ يجب أن تحمل على حـ"[٥]

---

(4) Ibid, pp. 7, 128.
(5) An. Pr., i. 4, 25 b 32-39

(٢) يستخدم أرسطو صورة القياس الشرطي المتصل دون أن يعترف به كصورة من صور القياس، في معرض إثباته أنه لا يمكن استنتاج نتيجة كاذبة من مقدمتين صادقتين في قياس، وإن كان يمكن استنتاج نتيجة صادقة من مقدمتين كاذبتين، يقول: "إذا كان من الضروري أن ب يجب أن تكون (صادقة) حين يكون أ صادقا، فإن من الضروري أن أ يجب ألا يكون (صادقا) حين يكون ب (صادقة)"، ويقدم أرسطو نفس البرهان في صورة أخرى فيقول: "... حين يرتبط شيئان أحدهما بالآخر فإنه إذا كان الأول، كان الثاني بالضرورة، لزم أنه إذا لم يكن الثاني يجب ألا يكون الأول"[6] يتبين من النقطة الأولى التي أوردناها أن أرسطو عرف صيغة القضية الشرطية المتصلة. إن كان لم يقدم فيها بحثا منطقيا كما فعل في القضية الحملية، ويتبين من النقطة الثانية أن أرسطو استخدم القياس الشرطي المتصل، من النوع الذي تكون نتيجته نافية للمقدم، مما سماه التقليديون برهان الخلف أو حالة الرفع، وقد سبق لزينون أن صاغه. وأن الصورة التي نألفها لهذا النوع من البرهان هي أنه "إذا كان أ هو ب، كان حـ هو د لكن حـ ليس د، إذن أ ليس ب). ويلاحظ أن حروف الهجاء في الصيغة الأخيرة متغيرات ترمز إلى حدود، بينما ترمز في نص أرسطو السابق إلى قضايا. وبالرغم من استخدام أرسطو للقياس الشرطي المتصل فإنه لم يحص كل صوره ولا قواعد إنتاجها.

---

(6) **An. Pr., ii, 1, 53 b 12-14; ii, 4,57 b 2-4**

قارن أيضا:

Lukasiewicz, op. Cit., p. 49.

١٣- فيلون والقضية الشرطية:

برع من الميغاريين فى المنطق كما قدمنا شخصيتان هما كرونس وفيلون وأبحاث الأول المنطقية كانت ممزوجة بميتافيزيقاه فى حين كانت أبحاث الثانى منطقية خالصة. فيلون أول من بحث فى القضايا المركبة بحثا منطقيا صادقا فى العالم القديم، واقتصر على أحد أنواعها وهو القضية الشرطية المتصلة، فوضع قواعد صدقها وكذبها إذا عرفنا صدق جزئيهما أو كذبهما، وبهذا استبق المنطق الرمزى فى (دالة الصدق) Truth – function وقائمة الصدق، truth – table دون استخدام هذه التعبيرات عرف فيلون بوضوح أن للقضية الشرطية المتصلة حالات أربعة تتعلق بإمكان صدقها وكذبها: تصدق الشرطية حين يصدق مقدمها وتاليها، أو حين يكذب مقدمها وتاليها، أو حين يكذب مقدمها ويصدق تاليها، وتكذب حين يصدق مقدمها ويكذب تاليها، وصاغ فيلون هذه القواعد الأربعة كما يلى:

"تكون الشرطية صادقة حين تبدأ بصدق وتنتهى بصدق، مثال: إذا كان النهار كان الضوء، وتكون صادقة أيضا حين تبدأ بكذب وتنتهى بكذب، مثال: إذا كانت الأرض تطير فلها أجنحة، وبالمثل، فإن الشرطية التى تبدأ فهى موجودة، وتكذب الشرطية فقط حين تبدأ بصدق وتنتهى بكذب، مثال: إذا كان النهار كان الليل "[٢].

نستنتج من هذا النص أن فيلون وصل إلى تعريف (دالة التضمن) implicative function بكل وضوح: القضية الشرطية المتصلة الصادقة هى ما

---

[٢] انظر: Kneale, op. Cit., pp. 129 – 132

قارن: Tarski, Introduction to Logic ect., p. 27 n.

يكون مستحيلا أن يصدق مقدمها ويكذب تاليها، وعرف فيلون صورة القياس الشرطى المتصل من النوع الذى نتيجته تثبت التالى، أو ما سماه التقليديون من بعد (حالة الوضع) modus ponens والصيغة المألوفة لهذه الصورة من البرهان هى: إذا كان أ هو ب، وكان حـ هو د لكن أ هو ب، إذن حـ هو د، وصيغة أخرى لنفس البرهان: إذا كان أ هو ب، كان حـ هو د تعنى أنه من المستحيل أن تصدق القضية أ هو ب وتكذب القضية حـ هو د. نلاحظ أن الصورة السابقة للقياس الشرطى المتصل هى ما عرفه فيلون وسجل قواعدها، لكنه لم يتوجه إلى الصورة الأخرى لهذا القياس بالعناية – نعنى برهان الخلف – رغم أنها كانت مألوفة عند زينون وأرسطو. ونلاحظ أخيرا أن فيلون لم يضع نقطته فى قالب رمزى.

١٤- الرواقيون والقضايا المركبة:

أ- لن نعرض هنا منطق الرواقيين بتفصيل[٨]، وإنما نجتزىء من آرائهم ما نعتبره بذور المنطق الرمزى، ونشير إلى نقطتين: استخدامهم للرموز، ونظرتهم إلى المنطق كنسق استنباطى. لقد أدرك الرواقيون ضرورة التخلى عن لغة الحديث فى الكتابة المنطقية كى يكون المنطق صوريا إلى أبعد حد، فاصطنعوا الرموز. لم يستخدموا حروف الهجاء رموزا للحدود كما كان الحال عند أرسطو، وإنما استخدموا الأعداد الترتيبية ordinal numbers رموزا للقضايا[٩]: فمثلا حين يصوغ

---

(٨) تجد مزيدا من تفصيل عن المنطق الرواقى باللغة فى كتاب: عثمان أمين، الفلسفة الرواقية، مطبعة لجنة التأليف والترجمة والنشر، القاهرة، الطبعة الأولى ١٩٤٥. وأيضا:

W. Kneale and M. Kneale, The Development of Logic, London. 2nd. Ed., 1964.

(٩) للرمز إلى القضية بالعدد الترتيبى أصول عند أرسطو، انظر الجزء الأخير من الفقرة ١٢ ج.

كريسيبوس القياس المتصل فى صورة إثبات التالى (حالة الوضع) يتخذ الصورة: (إذا كان الأول كان الثانى؛ لكن الأول إذن الثانى)

(if the first then, the second. But the first, therefore the second)[10]

ب– قدم الراوقيون بحثا أوفى من الميغاريين فى القضية المركبة وتناولوا أنواعا من القضايا المركبة إلى جانب القضية الشرطية المتصلة التى عنى بها فيلون وعنوا هم عناية خاصة بالثوابت المنطقية، وكانوا يسمونها (الروابط) Connectives. عرف الرواقيون – كريسيبوس وتلاميذه – الروابط الآتية: (إذا ...) و (إما ... أو.....)، (حيث أن ....) Since، (لأن)، (ليس ..... و ...... معا) (not both....and ....) وغيرها[11]. ووضعوا للقضية المركبة التى تحوى واحدة من تلك الروابط قواعد صدقها وكذبها، وحددوا معانى هذه الروابط. لقد قبل الرواقيون قاعدة فيلون لصدق القضية الشرطية المتصلة السابق ذكرها[12]، لكنهم أضافوا الكثير إلى فيلون. عرفوا القضية المركبة التى تحوى (الربط) Conjunction (وهو ما نعبر عنه بواو العطف) بأنها تكون صادقة حين يصدق عنصراها معا، وإلا تكون كاذبة؛ عرفوا القضية المركبة التى تحوى (الفصل) disjunction (الذى نعبر عنه بالكلمة "أو") بأنها تكون صادقة حين يكون أحد العنصرين صادقا لكنهم لم يسمحوا بصدق القضية إذا صدق كلا العنصرين، أما الرواقيون المتأخرون فإنهم أباحوا صدق القضية المركبة الفاصلة إذا صدق أحد عنصريهما أو صدقهما معا[13]، وسوف ترى أن جيفونز

---

(10) Kneale, op. Cit., p. 159.
(11) Ibid., pp. 147-8, 161.
(12) Ibid., pp. 149, 162.
(13) Ibid., p. 160.

سوف يأخذ المعنى الثاني للفصل، ومن ورائه المناطقة الرمزيون جميعا ما عدا فن Venn.

وبالرغم من أن الرواقيين عرفوا متغيرات القضايا ووضعوا لها رموزا، وعرفوا الثوابت المنطقية، فإنهم لم يضعوا لهذه رموزا. ومما هو جدير بالذكر أن دراسة الرواقيين لثابت الفصل سوف تفتح لهم باب بحث منطق القضايا الشرطية المنفصلة، وذلك أول عهدنا بدراسة جادة لهذا المنطق.

١٥- كريسيبوس والنسق الاستنباطي:

أ- رأينا أنه يرجع إلى الرواقيين الفضل الأول في استخدامهم المتغيرات رموزا للقضايا على نحو متسق وفي بحثهم أكثر من فيلون في الثوابت المنطقية وقواعد صدق القضايا المركبة بمختلف أنواعها ويرجع إليهم الفضل أيضا في إقامتهم المنطق نسقا استنباطيا. بعد أن قدموا تعريفات للثوابت في وضوح وصراحة لقد وضعوا مقدمات أولية منها يمكن استنباط قضايا أخرى، لقد سمى كريسيبوس هذه المقدمات (صورا استدلالية) inference schemata، وسماها أيضا (ضروبا أولية لا تقبل البرهان) basic or indemonstrable moods وأحصى منها خمسة. رأى أنها أولية بمعنى أنه لا توجد صور أخرى سابقة عليها في عملية الاستدلال، ولا تقبل البرهان بمعنى أنها حقائق منطقية Logical truths. ليست هذه الصور الاستدلالية ضروبا بمعنى أنها صور متعددة للاستدلال، وإنما بمعنى أنه يمكننا اعتبارها (قواعد استدلال)، وذلك أول عهدنا بوضع قواعد الاستدلال في صراحة ووضوح قبل البدء بأي برهان. نعم عرف أرسطو بعض هذه القواعد لكنه لم يضعها منذ البدء في وضوح قبل الشروع في براهينه. لم يكن يدرك الرواقيون في عملهم

أنهم مجددون وإنما أدركوا فقط أنهم يقدمون الصور العامة للقياس الشرطى المتصل والمنفصل[١٤]. ونسجل هنا تلك الصورة الاستدلالية فيما يلى:

(١) إذا كان الأول، كان الثانى؛ لكن الأول، إذن الثانى.

(٢) إذا كان الأول، كان الثانى؛ لكن الثانى، إذن ليس الأول.

(٣) ليس الأول والثانى معا، لكن الأول، إذن ليس الثانى.

(٤) إما أن يكون الأول أو الثانى؛ لكن الأول، إذن ليس الثانى.

(٥) إما أن يكون الأول أو الثانى؛ لكن ليس الثانى، إذن الأول[١٥].

نلاحظ أن الصور ٢،١ تعبران عن القياس الشرطى المتصل بنوعيه، وأن الصور ٥،٤ تعبران عن القياس الشرطي المنفصل بنوعيه، وذلك أول عهدنا بتعبير صريح عن صور القياس الشرطي المنفصل. أما الصورة ٣ فإنها تعبر عن قاعدة استخدام ثابت منطقي جديد، ونعبر عنه بالكلمات (ليس كلاهما معا، وسوف يتجاهل المناطقة هذا الثابت إلي أن يبعثه بيرس فى أوائل هذا القرن، ويأخذه شيفر Sheffer ويقترحه لتعديل نظرية أصحاب البرنكيبا في حساب القضايا[١٦].

ب- لم يكتف الرواقيون بوضع تلك الصور الاستدلالية، وإنما جعلوها مقدمات أولية يبدأون منها البرهان علي نظريات منطقية، وذلك أول عهدنا بتصور النسق الاستنباطي في المنطق. لقد كتب كريسيبوس عددا هائلا من النظريات المستنبطة من تلك المقدمات الخمسة، لكن التاريخ أبقى منها ستة فقط، نذكر منها الأربعة الآتية على سبيل المثال؛ ونسمي تلك الصور الاستدلالية (مبادىء) فيما يلى:

---

(١٤) قارن: Kukasiewicz, Aristotle's Syllogistic, p. 48.

(15) Kueale, op. Cit., pp. 162-3.

(١٦) انظر الفصل الرابع عشر، الفقرة ٧٧حـ.

١ - (إذا كان الأول، فإنه إذا كان الأول، كان الثانى، لكن الأول، إذن الثانى).

ويمكننا اشتقاق هذه القضية (أو النظرية) من المقدمات السابقة على النحو التالى: إن المقدمة المركبة(إذا كان الأول فإنه إذا كان الأول كان الثانى) مشتقة من القضية (إذا كان الأول كان الثانى) مبدأ (١). أما القضية (لكن الأول إذن الثانى) فإنها مشتقة أيضا من نفس المبدأ.

٢- (إذا كان الأول والثانى، كان الثالث، لكن ليس الثالث، ومن جهة أخرى (نثبت) الأول؛ إذن ليس الثانى)

إذا اعتبرنا (الأول والثانى) قضية واحدة مركبة، تصبح المقدمة الأولى والثانى والثانية مشتقتين (مبدأ ٢). وإذا أخذنا المقدمة الثالثة مع الأولى والثانية نصل إلى النظرية باستنباطها من المبدأ ٣.

٣- (أما أن يكون الأول أو الثانى أو الثالث، لكن ليس الأول، وليس الثانى؛ إذن). يمكن استنباط هذه النظرية من المبدأ (٥) على مرحلتين:

أ. إذا اعتبرنا (الثانى أو الثالث قضية واحدة، فإذا أخذناها مع المقدمة، (ليس الأول)، أمكن استنتاج (الثانى والثالث)، المبدأ (٥).

ب. إذا أخذنا (الثانى أو الثالث) مع (ليس الثانى) أمكن استنتاج (الثالث) مبدأ (٥).

٤- إما أن يكـون الأول أو لا يكـون الأول؛ لكـن الأول إذن لا لا الأول).

يمكن استنباط هذه النظرية مباشرة من مبدأ (٤)، وذلك بوضـع (لا يكـون الأول) مكـان (الثـانى). نلاحـظ هنـا أن الرواقيـين أدركـوا أن السلب المزدوج مساو للإيجاب[١٧].

١٦- خاتمة:

لقد قدم زينون الأيلى أول لبنـة فـى منطـق القضايا الشرطية، حين صاغ ما سمى من بعد القياس الشرطى المتصل فى حالة الرفع modus tollens أو برهـان الخلف، وبالرغم من أنه مؤسس علم الجدل - كما قال أرسطو- فإنه كان مهتما بمذهبه الميتافيزيقى أكثر من إقامة نظرية منطقية. أما أرسطو فقد استخدم الصـورة السابقة من القياس الشرطى المتصل فى براهينه علـى أقيسته الحملية، دون أن يفـرد لمنطق الشرطيات مكانـة مستّقلة. إن أول مـن أسهم فـى إبراز منطـق الشرطيات هـو فيلون الميغارى، إذ وضع صدق القضية الشرطية المتصلة وكذبها بـالنظر إلى صدق أو كذب مقدمها وتاليها، واستطاع أن يدرك مبكرا ما سوف يسـمى فـى المنطـق الصـورى الحديث (دالات الصدق) و(قوائم الصدق)، وقادته هذه الصورة من القضية الشرطية إلى صياغة القيـاس الشرطى المتصـل فـى حالـة الوضـع modus ponens أمـا الرواقيـون فيرجع إليهم الفضل فـى إضافات منطقية عديـدة. (١) بحثـوا فـى القضيـة الشرطية المتصلـة بنوعيها كمـا صـاغوا لأول مرة القضايا الشرطية المنفصلـة بنوعيـها، ووضعوا قواعد صدقهما وكذبهما. (٢) طـوروا استخدام الرمـوز فوضعـوا متغيرات ترمـز إلى القضايـا. (٣) عرفـوا عـددا كبيرا مـن الثوابـت المنطقيـة ولم يقتصروا علـى ثـابت

---

[١٧] قارن : Kneale, op. Cit., p. 165 ff.

التضمن فقط، ووضعوا تعريفاتها، لكنهم لم يضعوا لتلك الثوابت رموزا. (٤) أدت دراستهم للثوابت إلى دراسة القضايا المركبة وقواعد صدقها وكذبها، وذلك تطوير حقيقي للمنطق الأرسطي. (٥) وأضافوا أثرا آخرا حين انبثقت منهم أول بادرة لتطوير المنطق نسقا استنباطيا، وذلك بأن وضعوا – بعد التعريفات – قضايا أولية لا تقبل البرهان، وأمكنهم بفضلها استنباط قضايا أخرى؛ وفي هذا الضوء يمكن القول إنهم فتحوا الطريق أمام المحدثين لإقامة نظرية حساب القضايا.

الفصل الرابع

ليبنتز رائد المنطق الرمزى

١٧ - مقدمة:

ليبنتز G. W. Leibniz (١٦٤٦ - ١٧١٦) من أعظم الفلاسفة المحدثين، وضع مذهبا فلسفيا مكتملا، يحوى نظريات أصيلة فى المنطق والميتافيزيقا والفيزيقا والأخلاق واللاهوت ولا يعنينا من مذهبه الفلسفى هنا إلا ما يتصل بالمنطق، بل ليس هدفنا الآن عرض نظرياته المنطقية فى تفصيل - رغم أهميتها البالغة - وإنما ما يتصل منها فقط بملاحظاته على المنطق التقليدى، تلك الملاحظات التى يمكن اعتبارها مبشرة بالمنطق الرمزى. لقد قدم ليبنتز فكرتين أساسيتين: (١) يمكن للمنطق - حيث منهج البحث فيه - أن يصبح نسقا استنباطيا على نموذج الهندسة الإقليدية، أى أن يتألف من قضايا نبرهن عليها باستنباط من مجموعة معطاة من تعريفات ومبادىء axioms ومصادرات؛ (٢) يمكن للمنطق - من حيث لغته وموضوعاته - أن يتخذ علم الجبر نموذجا: لغته الرموز، وقوامه معادلات وقوانين.

لقد قدم ليبنتز هاتين الفكرتين الأساسيتين فى مجموعة أبحاث ومذكرات خاصة تقع فى خمسمائة صفحة أو تزيد، تركها مخطوطة دون نشر، وحفظت فى مكتبة هانوفر (حيث كان يعمل مستشارا علميا وخبيرا فى القانون الدولى لدى رئيس تلك المدينة)، وظلت كذلك مدة قرنين، ثم قام بنشر بعضها جيرهارت Von G. J. Gerhardt فى نهاية القرن (التاسع عشر)، ونشر بعضها الآخر كوتيرا L. Couturat

فى أول القرن العشرين. نشر جيرهارت أولا مجمعة أبحاث ليبنتز الرياضية – مما نشره ليبنتز من قبل متفرقا وما لم يتسر نشره – فى الأعوام ١٨٥٠ – ١٨٦٣ فى سبعة أجزاء بعنوان: Leibnizens Machematische Schriften، ثم جمع جيرهارت ثانيا كتب ليبنتز الفلسفية السابق نشرها متفرقات مع بعض المخطوطات الأخرى عن المنطق ونشرها فى الأعوام ١٨٧٥ – ١٨٩٠ فى سبعة أجزاء أخرى بعنوان: Die Philosophischen Schriften von G. W. Leibniz وقد نشر كوتيرا عام ١٩٠٣ مجموعة أخرى من المخطوطات الفلسفية والمنطقية لم يسبق نشرها بعنوان: Opuscles et Fragments inédits de Leibniz.

١٨– الأصناف:

أ– كان ليبنتز معجبا بالمطق الأرسطى، فقد قال عنه إنه (من أروع ما اكتشفه العقل الإنسانى)، وأنه (فن العصمة من الزلل مما يمكن تطويره إلى نوع من الرياضيات الكلية)[1]. كان يرى أن القضية الحملية هى الصورة الرئيسة والوحيدة للقضية، وأن القضية الكلية تنطوى على تقرير وجود واقعى لأفراد موضوعها، وأنه يمكن النظر إلى القضية الشخصية على أنها قضية كلية إذ لا يوجد خلاف منطقى بينهما، وأن نظرية القياس مثل حى للاستنباط. وبالرغم من تقديره للمنطق الأرسطى، كانت له مواقف عديدة يعدل بها ذلك المنطق، كإضافته إلى نظرية رد الأقيسة ما لم يرد عند مناطقة العصر الوسيط، وأنه لا يمكن رد كل أنواع الأقيسة الشرطية المتصلة والمنفصلة إلى أقيسة حملية.[2] لن نفصل كثيرا هنا فى تلك المواقف، لكننا نتحدث عن موقفين له نعتبرهما فتحا جديدا يبشر بمولد المنطق

---

(1) Nouveaux Essais Sur L'Entendement Humain, iv, xvii, 4.

الرمزى: محاولة وضع ما سوف يسمى فيما بعد (جبر الأصناف) ومحاولة جعل المنطق نسقا استنباطيا.

ب- يمكن للمنطق أن يتخذ الحروف الهجائية رموزا للحدود، كما يمكن لقضاياه أن تتخذ صورة معادلات وقوانين على نموذج علم الجبر. نعم لم يرد ليبنتز أن يجعل المنطق فرعا من الرياضيات وإنما أراد إقامة (حساب منطقى) Calculus، أى منطق لغته الرموز وقوامه معادلات وقوانين، لكن لا تنطوى المعادلات والقوانين على علاقات كمية، بل على علاقات غير كمية، وبذا توسع فى بحث العلاقات المنطقية، وقد خص بالبحث علاقات الهوية identityوالاحتواء inclusion، وأعطى لكل منها تعريفا. عرف الاحتواء تعريفا من وجهة نظر المفهوم حيث نقول أن المحمول محتوى في الموضوع إذا دل على صفة قائمة فعلا فى تصور الموضوع وحيث نقول عن القضية الحملية (كل أ هو ب) أن ب محتوى فى أ، أو أن ب داخل فى معنى أ. ننظر هنا إلى الحدودنظرة من جهة المفهوم أى من جهة ما تدل الحدود عليه من تصورات، ومن ثم ننظر إلى الاحتواء من نفس الجهة. ذلك متسق مع نظرية ليبنتز أن القضية الحملية إنما هى تحليلية[٣].لاحظ ليبنتز أيضا أن العلاقة بين المقدم والتالى

---

[٢] انظر: **Kneale, The Development of Logic, pp. 322-5.**

[٣] القضية الحملية عند ليبنتز نوعان: ما موضوعها لفظ عام يدل على نوع أو جنس، وما موضوعهااسم علم يدل على (جوهر فردى). نسمى النوع الأول من القضايا (ضرورية) أو تحليلية/ والنوع الثانى (حادثة) **Contingent** أو تركيبيةز (كل إنسان حيوان) قضية ضرورية. بينما (سقراط فيلسوف) قضية حادثة. يشترك النوعان من القضايا فى أن المحمول فى كليهما محتوى فى الموضوع **Predicatum inest subiecto**. أما أن المحمول فى القضية العامة محتوى فى الموضوع فأمر واضح؛ لكن ليبنتز رأى أن المحمول فى القضية الشخصية محتوى أيضا فى موضوعه؛ يعنى أنه إذا عرفنا الموضوع معرفة كاملة. أمكننا استنباط كل محمولاته، ومن ثم تنبثق إحدى نظرياته الميتافيزيقية وهى أن

في القضية الشرطية المتصلة علاقة احتواء، كمثل العلاقة بين الموضوع والمحمول؛ فالتالى محتوى فى المقدم بمعنىً أنه إذا فهمنا من علاقة المقدم بالتالى أنها علاقة أساس Ground أو سبب reason بما يترتب عليه consequent، أمكننا استنباط التالى من معنى المقدم[4].

رأى ليبنتز من جهة أخرى إمكان النظر إلى الحدود نظرة صنفية: ننظر إلى الحد نظرة من جهة المفهوم إذا حددنا معناه، وننظر إلى الحد نظرة صنفية أو من جهة الماصدق حين نعتبر صنفا من الأشياء يحوى أفرادا تندرج تحته. ورأى ليبنتز باختصار أنه يمكنك النظر إلى الحد نظرة مفهومية أو نظرة صنفية[5].

ج- حاول ليبنتز صياغة الصور الأربعة التقليدية للقضية الحملية من وجهة نظر صنفية إلى الحدود فى بحث عنوانه (بعض الصعوبات المنطقية) Difficultates Quaedam Logicae[6] كتب جدولا ينطوى على أن العمود (٣) يدل على إمكان النظر إلى الحدود نظرة مفهومية أو ما صدقية على السواء، بينما ينطوى العمود ٢ على إمكان النظر إلى الحدود نظرة ما صدقية خالصة:

لكل موضوع عددا لا متناهيا من الصفات ترتبط بماضيه وحاضره ومستقبله على السواء، وأنه يمكن استنباطها بطريقة قبلية، لكن لا تتاح هذه المعرفة إلا لله وحده. كل قضية عند ليبنتز إذن إنما هى تحليلية وهى بمثابة تعريف.

(4) Conturat, Opuscules, p. 377.

(5) C. I. Lewis, A Survey of Symbolic Logic, Dover Publications N. Y., 1960, p. 13.

(6) تجد هذا البحث فى طبعة جير هارت، الجزء السابع ص ٢١١، النص مأخوذ من:

Kneale, op. Cit., p. 339.

	(١)	(٢)	(٣)
ك م	كل أ هو ب	أ لا – ب شيء لا يوجد	أ ب = أ
حـ س	بعض أ ليس ب	أ لا – ب شيء يوجد	أ ب ≠ أ
ك س	لا أ هو ب	أ ب شيء لا يوجد	أ ب ≠ أ ب من الأشياء
حـ م	بعض أ هو ب	أ ب شيء يوجد	أ ب = أ ب من الأشياء

يمكننا تفسير العلاقة بين الحدين في القضية الموجبة من جهة المفهوم أو من جهة الما صدق: (أ ب = أ) تعني أنه إذا كان ب محتوى في معنى أ، وإذا ربطنا ب و أ فإننا لا نضيف شيئا جديدا إلى معنى أفإذا قرأنا القضية (كل إنسان حيوان) على أنها تعني أن الإنسانية محتواة في الحيوانية فإن معنى (الإنسان الحيوان) لم تضف جديدا إلى معنى الإنسان – وذلك تفسير مفهومي؛ لكن يمكننا النظر إلى القضية (أ ب = أ) على أنها تتحدث عن أصناف، ومن ثم صنف الإنسان الذي يكون أيضا من صنف الحيوان لا زال صنف الإنسان، ولم يضف فردا جديدا على صنف الإنسان؛ (أرادنا ليبنتز أن ننظر إلى العمود الثالث كذلك) حيث يمكنك أن تقرأ القضية الكلية الموجبة قراءة ما صدقية خالصة: إن القضية (أ لا – ب شيء لا يوجد) A non – Best non – ens تعني أنه لا يوجد شيء مما يكون أ ويتصف في نفس الوقت بنقيض ب، يقصد ليبنتز هنا أنه إذا قلنا كل أ هو ب فإننا نقرر أن صنف أ لا يمكن أن يكون هو في الوقت نفسه صنف لا – ب. ويمكنك تطبيق ما قلناه عن القضية الموجبة الكلية بالقياس إلى الصور الثلاثة الأخرى.

د – كانت النظرة الصنفية إلى الحدود معروفة في المنطق التقليدي، لأن هذا المنطق كان يفترض أن لكل الحدود ما صدقات من الواقع، حتى في القضايا الكلية؛ فمثلا تتضمن القضية (كل جسم ممتد) عند التقليديين تقريرا عن وجود

واقعي للأجسام. وبالرغم من ذلك كان هذا المنطق أكثر اهتماما بالجانب المفهومى للحدود من الجانب الما صدقي؛ ومن ثم كان التوسع فى التفسير الماصدقى للحدود أمرا غير مألوف من المنطق التقليدى، ويرجع الفضل فى هذا التوسع إلى ليبنتز. لكننا نلاحظ أن ليبنتز لم يخط خطوات ملموسة لتكوين ما سوف يسميه بول من بعد (منطق الأصناف) – منطق يقوم على النظر إلى العلاقات بين الحدود فى القضايا على أنها علاقات بين أصناف من الأشياء لا علاقة بين تصورات، وقد جعل بول القضايا فى صورة رمزية وأشبه بمعادلات، ثم جعل من تلك القضايا حسابا تجرى عليه عمليات الجمع والضرب ولم يصل ليبنتز إلى هذا المستوى فى بحثه، ولعل ذلك القصور راجع إلى استبداد المواقف الأرسطية به حتى حين أراد الثورة عليها. خذ مثلا القضية السابقة (أ ب = أ) سيقول بول من بعد ليبنتز إن (أ ب) رمز ضرب منطقى بين صنفين أ و ب ، وأن (أ ب) صنف جديد يحوى أفرادا تشترك فى كلا الصنفين. فى القضية (كل منطقى رياضى)، نجد أن التعبير (المناطقة الرياضيون) يعبر عن ضرب منطقى بين صنفين ويؤدى إلى صنف جديد هو أولئك المناطقة الذين هم فى الوقت نفسه رياضيون، بحيث نستبعد من هذا التعبير المناطقة اللارياضيين والرياضيين الذين ليسوا مناطقة. لم يصل ليبنتز إلى فكرة الضرب المنطقى بين الحدود بهذا المعنى؛ بل لم ير (أ ب) ضربا منطقيا، وإنما رأى أن (أ ب) تعنى أن إضافة التصورين أ و ب لا زال هو ذاته تصور أ على أساس أن ب محتوى فى أ؛ ومن ثم لا زال تفسير ليبنتز مفهوميا بحتا.

١٩- طوالع النسق الاستنباطي:

أ- تصور ليبنتز المنطق علما يمكن إقامته على نموذج النسق الاستنباطي في الهندسة الإقليدية، أي أن يكون البرهان على قضية ما ليس إلا استنباطا محكما من مجموعة من التعريفات والمبادىء والمصادرات. بذل ليبنتز محاولات عديدة حتى وصل إلى الموقف الذي يرضيه. رأى أولا إمكان إقامة البرهان على قضية ما باستنباطها من مجموعة التعريفات فقط، دون حاجة إلى مبادىء أو مصادرات، بل رأى في المرحلة الأولى من بحثه أن ما سماه القدماء مبادىء يمكن أن تكون موضوع برهان وأنه لا توجد قضايا لا تقبل البرهان سوى مبدأ عدم التناقض[٧] ونسوق الآن مثلا يضربه ليبنتز يبدأ من طائفة التعريفات وحدها. إذا أعطينا التعريفات الآتية:

(١) ٢ = ١ + ١

(٢) ٣= ٢ + ١

(٣) ٤ = ٣ + ١

يمكن تقرير: ٢ + ٢ = ٢+ ٢ (مبدأ الهوية)

= ٢ + (١+١) (تعريف١)

= (٢ + ١) + ١

= ٣ + ١ (تعريف ٢)

= ٤ (تعريف ٣)[٨]

---

(7) S. Stebbing, A Modern Introduction to Logic, p. 483.

(8) Kneale, op. Cit., p. 333: النص مأخوذ من N. E., iv, vii. 10.

ب- نلاحظ على هذا المثال: (١) أن الانتقال من السطر الثانى إلى الثالث في التقرير يعتمد على قانون الترابط law of association للجمع، وسوف يكون عند المناطقة المحدثين موضوع برهان، وهو، ما لم يدركه ليبنتز، (٢) فكرة العدد وفكرة الإضافة موضوع تعريف، لكن لم يتضح ذلك إلا حين تقدم البحث فى فلسفة الرياضة على أيدى ديد كند وفريجة.

حـ- نحن الآن بصدد خطوة تطورية فى فكر ليبنتز حول النسق الاستنباطى إذ أدرك أن البرهان يستلزم مبادىء ومصادرات لا تقبل البرهان، ويبدأ منها البرهان على قضايا أخرى. لقد سجل فى بحث عنوانه (مثال على الحساب المنطقى) Specimen calculi unversalis قضايا نعتبرها مقدمات أولى تبدأ منها البراهين أو يبدأ منها النسق الاستنباطى للمنطق، نكتبها فيما يلى:

قضايا صادقة فى ذاتها propositions true of themselves:

أ هو أ، أب هو أ، أ لا يكون لا - أ، لا - أ لا يكون أ، ما لا يكون أ هو لا - أ، ما لا يكون لا - أ هو أ.

وواضح أن القضايا السابقة تعبر عن مبدأ الهوية أو مبدأ عدم التناقض وما يستنبط منهما؛ نلاحظ أيضا أن ليبنتز وصل من القضايا السابقة إلى أن سلب السلب إيجاب، وقد سبقه إلى ذلك الرواقيون.

نتيجة صادقة فى ذاتها Consequentia true of itself:

أ يكون ب، ب يكون حـ، إذن أ يكون حـ.

نلاحظ أن هذه الصيغة قريبة من صيغة الضرب الأول من الشكل الاول من أشكال القياس، ومن الواضح أن ليبنتز يأخذها كما لو كان مقدمة أولية لا تقبل البرهان؛ لكننا سنرى في محاولة له أكثر تطورا أنه سيجعلها موضوع برهان.

مبادىء الحساب Principles of the calculus وهي خمسة:

(١) ما يكون محتوى في حروف غير محددة يمكن فهمه على أنه ناتج عن أي حروف أخرى تخضع لنفس الظروف مثال: إذا صدقت أن (أ ب هو أ)، يجب أن تصدق أن (ب حـ هو ب).

(٢) تغيير مواضع الحروف في نفس الحد لا يغير من الصدق. مثال: (أ ب) تكافىء (ب أ).

(٣) لا قيمة لتكرار الحرف الواحد في نفس الحد. مثال: (ب هو أ أ).

(٤) يمكن تأليف قضية واحدة من أي عدد من القضايا بضم كل موضوعاتها في موضوع واحد، وكل محمولاتها في محمول واحد. مثال: من (أ هو ب، حـ هو د، هـ هو و) يمكن استنباط أن (أ حـ هـ هو ب د و).

(٥) إذا كان لدينا قضية يتألف محمولها من عدد من الحدود، فمن الممكن إعطاء عدة قضايا لكل منها نفس موضوع القضية الأصلية ولكل منها محمولا وكل منها جزء من محمول الأصل. مثال: يمكن من (أ هو ب حـ د) أن نصل إلى (أ هو ب، أ هو حـ، أ هو د)[٩].

د- تعتبر هذه المبادىء قفزة هائلة في تفكير ليبنتز إذ وصل إلى أفكار رئيسية في جبر الأصناف وأنه كان يستخدم صيغا مثل (أ ب) التي تدل على ضرب

---

[٩] النص وارد في طبعة جيرهارت، جـ ٧ ص ٢٢٤، أخذناه عن:
Kneale. Op. Cit. P.338.

منطقي بين صنفين وكان يستخدم أيضا (أ أ هو أ) التي تعني أن ضرب الحد في نفسه ينتج نفس الحد بلا زيادة، وأن (أ ب = ب أ) تعبر عن قانون تبادل المواضع Law of permutation.

٢٠- النسق الاستنباطي:

نأتي الآن على أكثر أبحاث ليبنتز نضجا وتطورا في سلسلة محاولاته إقامة المنطق نسقا استنباطيا[١٠] فبعد أن وصل في أبحاثه السابقة بشأن المنطق كنسق استنباطي إلى ضرورة البدء بقائمة تعريفات وبضع مبادئ محدودة العدد، شرع بعد ذلك في تحديد هذه القوائم، وسارع إلى استنباط نظريات منها، وقد وضع كل ذلك في صورة رمزية تستخدم حروف الهجاء رموزا إلى الحدود والعلاقات الحسابية ثوابت ولنسجل فيما يلي أهم قضايا النسق.

(تعريف ١): تكون الحدود هي هي أو متساوية إذا أمكننا استبدال لأحدهما بالآخر كيفما شئنا دون تغير في صدق القضية. (أ = ب) تعني أن أ و ب نفس الحد.

(تعريف ٢) : تكون الحدود مختلفة إذا لم يمكن استبدال أحدهما بالآخر دائما. (أ ≠ ب) تعني أن أ و ب مختلفان.

(قضية ١): إذا كانت أ = ب، فإن ب = أ. لأنه ما دامت (أ = ب) صادقة (فرضا)، يمكننا استبدال أ و ب أحدهما بالآخر (تعريف١)؛ إذن ب =أ.

(قضية ٢): إذا كانت أ ≠ ب فإن ب ≠ أ . وإلا كان ينبغي أن نقول ب = أ، وبالتالي تكون أ = ب (قضية ١)، وهو مخالف للفرض.

---

[١٠] كتب البحث بلا عنوان ونجده في طبعة جيرهارت، جـ ٧، ص ٢٣٦.

(قضية ٣): إذا كانت أ = ب، ب = حـ ، فإن أ = حـ . لأنه ما دامت أ = ب (فرضا)، فإنه بمكن استبدال ب بالحرف حـ (تعريف ا حيث أن ب = حـ) ؛ إذن فالقضية صادقة.

(قضية ٤): إذا كانت أ = ب ، ب ≠حـ ، فإن أ ≠ حـ. لأنه ما دامت ب ≠ حـ (فرضا)، ويمكن استبدال الحرف ب بالحرف أ (تعريف ١) حيث أن أ = ب فرضا)؛ فإن أ ≠حـ صادقة.

(تعريف ٣): أ محتوى في س يساوي إمكان جعل س تتسق مع عدد من الحدود مأخوذة معا يكون أ أحدها. (ب + ع = س) تعني أن ب محتوى في س، وأن ب و ع معا يؤلفان س. يصدق نفس الشيء على عدد أكبر من الحدود.

(مبدأ ١): ب + ع = ع + ب.

(مصادرة): يمكن إضافة أي عدد من الحدود – مثل أ ، ب – لتؤلف حدا واحدا مثل (أ + ب).

(مبدأ ٢): أ = أ.

(قضية ٥) إذا كان أ محتوى في ب ، أ = حـ، فإن حـ محتوى في ب، لأنه ما دام أ محتوى في ب (فرضا)، فإن استبدال الحرف حـ بالحرف أ (تعريف ١) يؤدي بنا إلى استنباط أن حـ محتوى في ب.

(قضية ٦): إذا كان حـ محتوى في ب، أ = ب، فإن حـ محتوى في أ. لأنه إذا استبدلنا أ بالحرف ب في القضية (حـ محتوى في ب)، حيث أن أ = ب، يلزم أن يكون حـ محتوى في أ.

(قضية ٧): أ محتوى في أ. لأن أ محتوى في أ + أ (تعريف ٣)؛ أ محتوى في

(قضية ٨): إذا كان أ = ب، فإن أ محتوى في ب. لأن أ محتوى في أ (قضية ٧)، أى أن أ محتوى في ب.

(قضية ٩): إذا كان أ = ب، فإن أ + حـ = ب + حـ. لأن أ + حـ = أ + حـ (صادقة في ذاتها)، وإذا استبدلنا الحرف أ بالحرف ب في أحد طرفي علامة المساواة، نصل إلى القضية المطلوبة.

(قضية ١٠): إذا كان أ محتوى في ب، ب محتوى في حـ، فإن أ محتوى في حـ. لأنه إذا كان أ محتوى في ب (فرضا)، فإن أ + س = ب (تعريف ٣)، وبالمثل، ما دام ب محتوى في حـ فإن ب + ص = حـ، وإذا وضعنا أ + س مكان ب، فإن أ + س + ص = حـ، وإذن أ محتوى في حـ (تعريف ٣)[11].

٢١- خاتمة وملاحظات على محاولات ليبنتز:

(أ) قدم ليبنتز محاولات عديدة لإقامة منطق جديد، لكنه لم يستطيع أن يقدم لنا نظرية واحدة متكاملة، لاعتقاده أن أرسطو لا يخطىء. كانت تكشف عبقرية ليبنتز عن أفكار منطقية جديدة، فيبدأ في بحثها، ثم لا يلبث أن يتراجع عنها لوصوله إلى نتائج تخالف أرسطو فلا يصدق نفسه. أدرك مثلا أن قضايا العلاقات تختلف عن القضايا الحملية، لكنه - إتباعا لأسطو ردها إلى حمليات واكتشف إمكان النظر إلى الحدود في القضية على أنها أصناف لأشياء بالإضافة إلى النظر إليها على أنها تدل على معان، لكن نظريته أن المحمول في كل قضية موجبة صادقة محتوى في موضوعها - أدت إلى اضطرابه في تصور الصنف، كما سنرى بعد قليل حيث رأى ليبنتز أيضا فساد بعض قوانين المنطق الأرسطي مثل بعض قواعد العكس: لا تعكس

---

[11] اخترنا القضايا السابقة من بين إحدى وعشرين قضية. راجع:

Kneale, op. Cit. Pp. 340-2.

الكلية الموجبة إلى جزئية موجبة لأننا نثبت فى الأولى علاقة بين تصورات دون أن تنطوى على وجود واقعى لأفراد موضوعها. بينما نقرر فى الثانية وجودا واقعيا لأفراد موضوعها ، ومن ثم لا نستطيع الانتقال مثلا من القضية (كل ما يضحك إنسان) إلى القضية (بعض الناس ضاحكون)؛ وقد اكتشف ليبنتز مبكرا فساد ضروب القياس التى مقدماتها كلية ونتائجها جزئية كانت تلك أمثلة من اكتشافات الفيلسوف المنطقية، لكنه كان حين يرى أنها معارضة لنظريات المعلم الأول، يتوقف فى بحثه، ليبدأ بحث نفس النقطة المنطقية من جديد أو ليتركها إلى نقطة أخرى، وهكذا.

(ب) إذا أردنا حصر محاولات ليبنتز المنطقية أمكننا القول إنه وضع مبادىء نظرية سوف تسمى فيما بعد _جبر الأصناف)، وأنه وضعها فى نسق استنباطى رمزى. جعل الحروف الهجائية ترمز إلى الحدود فى القضية، كما استخدم الثوابت العددية كعلامات الجمع والضرب والمساواة وبعض الثوابت المنطقية كالربط والفصل والتكافؤ، ووضع لبعضها رموزا وحاول ليبنتز أن يضع نظريته الرمزية فى نسق استنباطى فهو يضع منذ البدء فى صراحة ووضوح قائمة من التعريفات والمبادىء والمصادرات ليستنبط منها نظريات، كما سبقت الإشارة . توصل مبكرا أيضا إلى بعض قوانين تحتذى علم الجبر مثل (أ ب = ب أ)، (أ + ب = ب + أ) كما توصل إلى قوانين منطقية أخرى تختلف عن علم الجبر المألوف مثل (أأ = أ) (أ + أ = أ)، ويكون ليبنتز قد سبق بول فى ذلك بقرن من الزمن دون أن يعلم أحد وقتئذ ماذا فعل ونلاحظ أيضا أن ليبنتز اقتصر فى محاولته المنطقية على منطق الحدود والأصناف، ولم يستطع التوصل إلى أفكار أصيلة فى منطق العلاقات أو الدالات الرياضية بالرغم من أن قضية العلاقة والدالة الرياضية كانتا مألوفتين لديه، بل كان من عمالقة عصره فى الرياضيات.

(ج) كانت نظرية ليبنتز في جبر الأصناف مضطربة، وذلك لتعلقه بوجهة نظر المفهوم فـي الحدود، حتى حين أراد الثورة عليها؛ ويتبين هذا الاضطراب بوجه خاص في موقفه من الثوابت المنطقية التى تناولها وهى الاحتواء والربط والفصل. لقد عرف ثوابت الربط والفصل – لكن لا كثوابت بين قضايا كما رأينا عند الرواقيين، وما سوف نرى تطورها عند فريجة وأصحاب البرنكيبا – وإنما عرفها كروابط بين الحدود فى القضية. لكن ليبنتز فشل فى إدراك أن الربط بين صنفين بمثابة ضرب منطقى بينهما، وأن الفصل بين صنفين بمثابة جمع منطقى بينهما. لقد فشل لأنه لم يميز بين الربط والفصل تمييزا دقيقا إذ جعل لهما رمزا واحدا وهو علامة الجمع فى الحساب.

ولكن كيف كان يميز بينهما؟ حين كان ينظر إلى الحدود كتصورات – أى حين كان يضيف محمولا لآخر – كان يقصد بعلامة الجمع ربطا منطقيا بين الحدين. مثال: الإنسان = حيوان + مفكر؛ وحين كان ينظر إلى الحدود كأصناف من الأشياء، كان يقصد بعلامة الجمع فصلا منطقيا. مثال: القضية (كل إنسان فان) تعنى أن ما نسميه كائنا فانيا إما صنف الناس أو صنف الحيوان أو صنف النبات، لكن التفسير الذى رآه ليبنتز للحدود من جهة الما صدق ظل تفسيرا من جهة المفهوم.

الفصل الخامس

دى مورجان: رائد نظرية العلاقات

٢٢- مقدمة :

(أ) أوغسطس دى مورجان A. De Morgan (١٨٠٦-١٨٧١) أحد كبار الرياضيين والمناطقة الإنجليز فى القرن التاسع عشر. كان أستاذ الرياضيات فى جامعة لندن فيما بين ١٨٢٨ و ١٨٣١، ثم أعيد إلى نفس الوظيفة عام ١٨٣٦ وظل بها حتى ١٨٦٦. كتابه المنطقى الأساسى هو المنطق الصورى: أو حساب الاستدلال الضرورى والاحتمالى, Formal Logic: or the calculus of Inference, Necessary and Probable (١٨٤٧)، وقد كتب مقالات عديدة فى المنطق والرياضيات نشرت فى: (منشورات جمعية كمبردج الفلسفية) Transaction of Cambridge Philosophical Society (١٨٤٩ - ١٨٦٤)، وكان أحد أعضاء هذه الجمعية العاملين، كما كان عضوا فى (الجمعية الفلكية الملكية). أهم مقالاته المنطقية "فهرست لنسق مقترح للمنطق Syllabus of aProposed System of Logic (١٨٦٠)، فى الشكل الرابع من أشكال القياس وفى منطق العلاقات. On The Syllogism IV and on The Logic of Relations (١٨٦٤)، وقد قرأ هذا البحث أمام جمعية كمبردج الفلسفية فى ٢٣ أبريل ١٨٦٠.

(ب) كانت نظرية كم المحمول مألوفة وقتئذ فى أوساط المناطقة، ويقترن ذكرها عادة بالسير وليم هاملتون Sir W. Hamilton (١٧٨٨ - ١٨٦٥)[1] وجرت لهاملتون مع دي مورجان مساجلات حادة دامت عدة سنين، نشرت جميعا فى منشورات جمعية كمبردج السابق ذكرها - وتدور حول اتهام هاملتون أن دى مورجان سرق منه نظرية كم المحمول وأن دي مورجان ادعى سبق اكتشافه لها. نعم، كتب هاملتون فى كم المحمول عام ١٨٣٣ بحثا عنوانه: المنطق: المقالات الإنجليزية الحديثة في الموضوع: Logic the Recent English Treatises on the Subject، ونشره فى (مجلة أدنبره) .Edin. Rev بينما كتب دى مورجان عن النظرية عام ١٨٤٧ في كتابه المنطق الصورى؛ لكننا نلاحظ أن النظرية كانت معروفة قبل عام ١٨٣٣. لقد كتب عنها جورج بنتام فى كتابه الذى يحمل اسم نسق جديد في المنطق Outline of a New System of Logic (١٨٢٧)، وقام هذا الكتاب على مخطوط كتبه عمه جيريمى بنتام وقد يكون هذا الكتاب أو غيره مرجع هاملتون ودى مورجان معا، ومن ثم كان اتهام هاملتون غريبا.

جـ- لدى مورجان الفضل فى موضوعين رئيسيين فى المنطق: إصلاحه للمنطق التقليدى وإقامة مبادىء نظرية جديدة هى نظرية العلاقات. ولا بأس من إشارة سريعة إلى أهم تعديلاته على المنطق التقليدى مثل الحدود تدل على أصناف من الأشياء، لا على معان أو تصورات. ومن ثم كان ذى مورجان يسمى الحدود (حدودا صنفية) class terms وفى ذلك يتسق مع نظرية كم المحمول

[1] لم نخصص فى كتابنا مكانا لنظرية كم المحمول، لأنها كانت أقرب إلى تعديل المنطق التقليدى منها إلى المساهمة فى تطوير المنطق الرياضى. وإن كانت قد وجهت المناطقة من بعد إلى النظر إلى الحدود فى القضية على أنها أصناف من الأشياء لا تصورات، مما مهد إلى نظرية حساب الأصناف.

كما يذكرنا بليبنتز؛ حيث رفض التصنيف الرباعي التقليدى للقضية الحملية وصنفها تصنيفا ثمانيا، وفق نظرية كم المحمول ووضع القضايا فى صورة رمزية حيث ترمز حروف الهجاء فيها إلى الحدود، كما ترمز إلى الاستغراق والكيف بأقواس تسبق وتلحق تلك الحروف بأنحاء معينة وعرض قواعد التقابل بين القضايا وقواعد الاستدلال المباشر والقياس بأشكاله وضروبه فى صورة رمزية لكننا نلاحظ أن مصطلحه الرمزى كان معقدا مرتبكا فلم يأخذ به أحد ونحن نجد هذه التعديلات المنطقية وغيرها فى كتاب المنطق الصورى[٢].

٢٣- نظرية العلاقات:

(أ) خرج دى مورجان على المنطق التقليدى فى اعتبار القضية الحملية الصورة الرئيسية والوحيدة لكل قضية، وإمكان رد أى صورة أخرى للقضية إلى الصورة الحملية فقد رأى أن قضية العلاقة - ما تحوى صنفين من الأشياء بينهما علاقة - صورة من القضية تختلف عن الحملية، ولا يمكن ردها إلى حملية بل أضاف أنه يمكن رد القضية الحملية إلى قضية علاقة، وقد كان يعلم أنه بصدد منطق جديد ومن ثم قال (..... وهنا تنبثق الفكرة العامة للعلاقة، ولأول مرة فى تاريخ المعرفة، أمكننا وضع أفكار العلاقة وعلاقة العلاقة فى صورة رمزية)[٣].

---

(٢) انظر أيضا: C. I. Lewis, A Snrvey of Symbolic Logic, pp. 38-43.

وأيضا: A. N. Prior, Formal Logic, pp. 131 ff, 192 ff.

(3) Lewis, op. Cit., p. 51.

(ب) الرابطة والتعدى والعكس

بدأ دى مورجان بحثه فى العلاقات بالنظر إلى الرابطة المنطقية copula التى تربط الموضوع والمحمول فى القضية الحملية، فى اللغات الأجنبية الحديثة. خذ القضية (محمد مجتهد) : تتألف هذه القضية من موضوع ومحمول، ولا رابطة لكن إذا ترجمت هذه القضية إلى كثير من اللغات الأوربية الحديثة وجدناها تحوى رابطة - وهى فى هذا المثال فعل الكينونة - لتربط المحمول بالموضوع حيث نلاحظ أن فعل الكينونة يقوم بوظيفة من الوظائف الثلاثة الآتية إذا دخل فى قضية: (١) الحمل، كما هو الحال فى القضية السابقة إذا صيغت فى لغة إنجليزية أو فرنسية أو ألمانية، (٢) الوجود الفعلى مثلما نقول أن الله موجود godexists أو godis؛ (٣) الهوية أو المساواة مثلما نقول (أ يكون ب) حين نريد أن نقول (أ = ب).

حـ - حين بدأ دى مورجان بحثه فى العلاقات بالنظر إلى الرابطة المنطقية اهتم بها حين تقوم بوظيفة الهوية دون وظائفها الأخرى ورأى أن الرابطة لا تقوم بهذه الوظيفة إلا إذا توفر شرطان: أن تكون متعدية transitive، وأن تكون عكسية Convertible ومن ثم أقدم على تعريف علاقتى التعدى والعكس فقد عرف علاقة التعدى بقوله إن (العلاقة متعدية حين يكون المتعلق بمتعلق إنما هو متعلق من نفس النوع) a relation is transitive when a relative of a relative is a relative of the same kind[4]؛ نسمى العلاقة متعدية - بعبارة أخرى - حين تربط حدا بحد آخر وتربط هذا الحد فى نفس الوقت بحد ثالث ومن ثم تربط الحد الأول بالثالث؛ مثال ذلك: إذا كان أ = ب، ب = حـ فإن أ = حـ. ومن أمثلة علاقة التعدى علاقات المساواة والمشابهة والسبق الزمنى والكبر والصغر إلخ؛ وقد عرف دى مورجان العلاقة العكسية فأنها تلك العلاقة التى يمكننا أن نستبدل بها علاقة أخرى

---

[4] Ibid.

تؤدى نفس المعنى حين نغير ترتيب الحدود. علاقة (...... أ ب .....) عكس علاقة (..... ابن .....)، نقول عن القضية (أ أ ب ب) إنها تحوى علاقة عكسية بالقياس إلى القضية (ب ابن أ)[٥].

د – وصل دى مورجان من دراسته للعلاقات المتعدية والعكسية إلى أن الرابطة المنطقية حين تؤدى وظيفة الهوية إنما هى علاقة متعدية، وأبان أنه يمكننا اتخاذ أى علاقة متعدية – وليست الرابطة فقط – معيارا لصحة بعض ضروب القياس التقليدى الذى مقدماته موجبة، وأن أى علاقة متعدية وعكسية معا تكون معيارا لصحة القياس الذى يحوى مقدمات سالبة لقد أتاح بحث العلاقة المتعدية والعكسية إلى إدراك دى مورجان أن نظرية القياس الأرسطية ليست إلا تطبيقا لنظريته فى العلاقات، أى أن الاستدلال القياسى ليس إلا ربط حدود ثلاثة بعلاقة متعدية أو متعدية عكسية.

٢٤- خواص العلاقات:

درس دى مورجان علاقة السلب[٦]، بعد علاقة الهوية والتعدى والعكس وميز بين سلب العلاقة. (... أ ب ...) عكس (.... ابن ...)، لكن سلب العلاقة (.... أ ب ....) هو الإتيان بنقيضها أو إنكارها – نعنى أن (أ أ ب ب) سلبها هو (أ ليس أ ب ب) ومن ثم قدم دى مورجان عدة نظريات theorems تبين خواص العلاقات، فيما يلى أهمها:

---

(٥) لا حظ نيل أن ما سماه دى مورجان علاقة عكسية هى العلاقة التماثلية symmetrical r. فى استخدام المناطقة من بعد؛ لكننا نظن أن الملاحظة خاطئة لأن العلاقة التماثلية هي ما تكون هى هى حين نغير ترتيب الحدود، بينما العلاقة العكسية عند دى مورجان ليست كذلك؛ انظر: Kneale, op. Cit., p. 427.

(٦) كان دى مورجان يستخدم كلمة (ضد) contrary ليدل بها على كلمة سلب negative أو نقيض، انظر:
Kneale op. Cit., p. 428. وأيضا Lweis, op. Cit., p. 46.

(١) (سـلب العكـس سـلب) contries of converses are themselves contraries. القضية (أ أ ب ب) عكسها (ب ابن أ)، فإذا أردنا سلب القضية ب ابن أ نكون قد قمنا بسلب ولم نقم بتقرير موجب.

(٢) (عكس السلب سلب) converses of contraries are contraries إذا أردنا سلب القضية (أ أب ب) قلنا (أ ليس أ ب ب)، فإذا أردنا عكس هذه القضية وقلنا (ب ليس ابن أ)، نكون قد وصلنا إلى سلب القضية الأصلية؛ أى أن القضيتين (أ أ ب ب) و (ب ليس ابن أ) متناقضتان.

(٣) (سلب العكس عكس السلب) The contrary of the converse is the converse of the contrary. (أ أ ب ب) عكسها (ب ابن أ) وسلب هذه هو (ب ليس ابن أ)؛ نجد أن هذه الأخيرة عكس (أ ليس أ ب ب) وهو سلب القضية الأصلية.

(٤) إذا كانت علاقة ما محتواة في علاقة أخرى أو تتضمنها فإن عكس العلاقة الأولى محتوى فى عكس العلاقة الثانية، وسلب العلاقة الثانية محتوى فى سلب العلاقة الأولى. مثال ذلك إذا كانت العلاقة (أ أ ب ب) مختواه فى (حـ سلف د) فإن (ب ابن أ) محتواه فى (د خلف حـ) وأن (حـ ليس سلف د) محتواه فى (أ ليس أ ب ب).

(٥) عكس ربط علاقة ما يتم بعكس كلا عنصرى الربط وقلب ترتيبهما) The conversoin of a compound relation is accomplished by converting both components and inverting their order مثال ذلك: إذا كان (أ معلم ابن ب) فإن (ب أب تلميذ أ) (نفترض أن العلاقة (.... معلم ....) عكس العلاقة (..... تلميذ ....)؛ الربط علاقة من الدرجة الثانية أى علاقة

تربط علاقتين أخريتين: فإذا كان لدينا علاقتان مثل (معلم و ابن) يمكننا ربطهما بجعلهما علاقة واحدة مركبة تربط بين حدين مثل أ و ب[٧].

٢٥- قانونا دى مورجان:

أ- يبدو أن العلاقات عند دى مورجان نوعان. علاقات من الدرجة الأولى وعلاقات من الدرجة الثانية. كلمات أ ب ، ابن ، قبل ، بعد، أكبر من، أصغر من، يساوى، يشبه، يختلف عن، يعطي، يجب ...إلخ أمثلة لعلاقات من الدرجة الأولى، وتربط بين حدين أو أكثر. أما العلاقات من الدرجة الثانية فهى علاقات تجرى على العلاقات السابقة، ويسميها دى مورجان (علاقة العلاقة) ومن أمثلتها علاقات العكس والسلب والتعدى والجمع والربط ونخص بالذكر هنا علاقتى الربط والجمع. تجرى علاقة الربط على حدين يرتبطان بعلاقتين من الدرجة الأولى، مثل (ابن عم صديق ....)، (معلم ابن ......)؛ مثال على علاقة الجمع بين علاقتين: (..... معلم وابن ...)أن أ معلم ابن ب أو ابن آخر لـ ب على افتراض أن ب له أكثر من ابن.

ب- استطاع دى مورجان من دراسة الخواص السابقة للعلاقات أن يصل إلى نظرية هامة منطوقها: (سلب جمع ما هو ربط سلبى الحدين المجموعين، وسلب ربط ما هو جمع سلبى الحدين المرتبطين)، The negation of an aggregate is the compound of the negative of the aggregants; the negation of the compound is the aggregate of the components تبين هذه النظرية إمكان تعريف الربط بين علاقتين عن

---

(٧) انظر: Lewis, op. Cit., pp. 46-8.

طريق السلب والجمع وإمكان تعريف الجمع عن طريق السلب[٨]. ولقد طبق المنطق الرمزى هذه النظرية فيما بعد على القضايا فى أن الربط بين قضيتين يكافىء سلب الفصل بين سلب القضيتين، وأن الفصل بين قضيتين يكافىء سلب الربط بين سلب القضيتين حيث يقول لوكاشيفتش أن وليم أوف أوكام سبق دى مورجان إلى القانون السابق، ويضيف كواين Quine أن بطرس الأسبانى petrus Hispanus نادى به فى القرن الثالث عشر الميلادى[٩]، لكن تشيرش A. Church رأى أن القانون بالصورة التى ينتفع بها المنطق الرياضى الحديث لم يقل به أحد قبل دى مورجان[١٠].

٢٦- خاتمة:

كانت لدى مورجان مواقف منطقية لها قيمتها إذ اتخذ وجهة النظر الصنفية فى النظر إلى الحدود، واصطنع اللغة الجبرية فى صياغة القضايا واستطاع التعبير عن قواعد المنطق التقليدى وقوانينه وضروب الأقيسة فى صورة رمزية. لكن أكثر مواقفه المنطقية أهمية هى اكتشافه نوعين مختلفين من القضية غير الحملية، هو قضية العلاقة، فدرس العلاقات التى يمكن أن تقوم بين الحدود فى قضايا وذكر بعض أنواعها، وخصائصها، وبعض قوانينها. واستطاع أن يظهر المنطق التقليدى على أنه منطق علاقات ويستفيد المناطقة الرمزيون من بعده فى استخدام بعض قوانينه فى

---

(٨) كان دى مورجان يستخدم كلمة **compound** لتعنى ما قصده المناطقة من بعده ما تعنيه كلمة (الربط) **conjunction**، كما كان يستخدم كلمة **aggregate** لتعنى ما قصده المناطقة من بعده ما تعنيه كلمة (الفصل) **disjunction**.

(9) **Quine, Methods of Logic, p. 53.**

(١٠) مقالة **Church** عن دى مورجان فى معجم رونز الفلسفى ص ٧٦.

إقامة نظريات جديدة لم يعرفها هو، مثل حساب القضايا وحساب المحمول ونلاحظ أيضا أن جهد دى مورجان فى إقامة مبادىء منطق العلاقات يعتبر جهد المكتشف لأرض جديدة دون مسحها مسحا دقيقا، وسوف يساهم بيرس فى إقامة (حساب العلاقات) مستفيدا من أبحاث دى مورجان ومطورا لها فى جبر على نسق نظرية بول فى جبر الأصناف.

الباب الثانى

شروق المنطق الرمزى

الفصل السادس

جورج بول: مؤسس نظرية جبر الأصناف

٢٧- مقدمة:

يعد جورج بول G. Boole (١٨١٥-١٨٦٤) بحق مؤسس المنطق الرمزى لأنه وضع مبادىء أولي نظرياته، وهى نظرية (حساب الأصناف) Calculus of classes (وكان يسمها هو "حساب المنطق" Calculus of Logic) ونلاحظ أن الرياضيات كانت موضوع الدراسة الأصيل عند بول منذ حداثته، لا المنطق، وأنه دخل إلى المنطق بصدفة عابرة، ثم تعلق به من بعد فقد اضطر إلى البحث عن عمل فى صباه، لفقر أبيه، فاشتغل معلما فى مدرسة وهو فى السادسة عشر، وكان يقبل على القراءة فى وقت فراغه؛ قيل إنه قرأ بيكوك Peacock وجريجورى Gregory وروان هاملتون Rowan Hamilton ودى مورجان، وهم رياضيون معاصرون لبول ومشاهير بأبحاثهم القيمة فى الرياضيات العليا.

كتب بول عدة مقالات فى الجبر والتحليل، نال بعد نشرها جوائز مالية تقديرا له وتشجيعا. قرأ بمحض الصدفة – فى غمرة قراءاته الرياضية – المساجلات الحادة بين وليم هاملتون ودى مورجان حول اتهام الأول أن الثانى سرق منه نظرية كم المحمول وادعى السبق فى صياغتها؛ ولاحظ بول من تلك المساجلات أن هاملتون يرفض إدخال الرياضيات فى علم المنطق، فحفزه ذلك إلى تكوين منطق يقوم على الرياضيات، اتصل بول بدى مورجان ورأى اتفاقه معه فى الاتجاه

- الاهتمام بالرياضيات ومحاولة إقامة منطق يستخدم الرموز - فاقترح عليه بول أن يتبادلا الحديث فيما لديهما من أفكار جديدة، لكن دى مورجان نصحه - بعد خبرته القاسية مع وليم هاملتون - ألا يتبادلا الآراء إلا بعد أن ينشر كل منهما آراءه فقدم بول أول كتبه في المنطق: التحليل الرياضي للمنطق، مقالة في حساب البرهنة الاستنباطية The Mathematical Analysis of Logic, being an Essay towards a Calculus of Deductive Reasoning (١٨٤٧)، في نفس السنة التي نشر فيها دى مورجان المنطق الصورى، وقيل أن الكتابين ظهرا في دور النشر في يوم واحد. كتب بول في السنة التالية مقالا يوضح فيه مشروعه الجديد للمنطق عنوانه (حساب المنطق) نشره في (مجلة كمبردج الرياضة) Cambridge Mathematical Journal وذاع صيته وقتئذ، فعين أستاذ للرياضيات في جامعة كورك Cork بأيرلندا عام ١٨٤٩، حيث عكف على كتابة كتابه المنطقي الكبير بحث في قوانين الفكر تقوم عليها النظريات الرياضية في المنطق والاحتمالات An Investigation of the laws of thought on which are founded the Mathematical theories of Logic and Probabilities (١٨٥٤)، وانغمس بول في ذلك البحث لدرجة أنه قال وقتئذ إن المنطق أصبح دراسته الجادة، بينما كان يتجه إلى الرياضيات للترويح عن النفس.

٢٨- جبر الأصناف والمنطق الرمزي:

أ- أراد بول إقامة منطق على نموذج علم الجبر، يستخدم حروف الهجاء رموزا، وعلامات العمليات الحسابية كالجمع والضرب إلخ، ويقيم القضايا على صورة معادلات تعبر عن مساواة بين طرفيها، ثم يحاول من هذه، استنباط قضايا أخرى. ويختلف جبر المنطق عند بول عن الجبر المألوف في أمور عدة: تدل حروف الهجاء

فى الجبر المألوف على أعداد، بينما تدل فى المنطق على أصناف، تقتصر قيم القضايا كمعادلات فى جبر الأصناف على عددين فقط هما الصفر والواحد الصحيح، كما تختلف بعض قوانين جبر الأصناف عن قوانين الجبر المألوف، كما سنرى.

أراد بول للمنطق أن يكون علما رمزيا، والرموز فى المنطق الرمزى – كما أشرنا فى فصل سابق – نوعان هما المتغيرات والثوابت ونجد فى جبر بول كلا النوعين. إلا أنه استخدم كلمة (متغيرات) ولم يستخدم كلمة (ثوابت)؛ أما الثوابت التى نجدها فى منطق بول فهى ثوابت الرياضة كعلامات الجمع والطرح والقسمة والمساواة والصفر والواحد الصحيح. كان يستخدم – كرموز لمتغيرات – الأحرف الثلاثة الأخيرة من هجاء الإنجليزية وهى X، Y، Z وسنصطنع هنا الحروف (هـ) بدلا منX ، (و) بدلا من Y، و(ى) بدلا من z، وكان بول يرمز بهذه المتغيرات إلى أصناف، ورموز الأصناف عند بول بديلة للحدود فى المنطق التقليدى.

ب- الصنف الشامل والصنف الفارغ:

يبدأ بول حديثه عن الأصناف بتمييزه بين نوعين منها. (الصنف الشامل) universe class، و(الصنف الفارغ) null-class ويسمى النوع الأول أحيانا (عالم الأشياء المتصورة) universe of conceivable objects ويعنى به الصنف الذى يكون كل شيء عضوا فيه[1]. وهذا التعبير الأخير مضلل، لأنه يوهم أن بول يعنى الحديث عن صنف يضم كل الأشياء فى الكون، وهو ما لا يقصده. و (عالم المقال) universe of discourse هو تعبير أدق من وضع دى مورجان لتصحيح بول. ونوضح (عالم المقال، بمثال: أفرض أننا نتحدث عن صنف الناس، وأردنا

---

[1] C. I. Lewis, A survey of Symbolic Logic, p. 52.

الاهتمام بجزء منه وهو صنف المصريين. يمكننا تقسيم الناس – طبقا لاهتمامنا – إلى المصريين واللا مصريين (اللا مصريون هم الأجانب أو كل إنسان ما عدا المصرى). ونقول عن المصريين واللا مصريين أنهم يؤلفون صنفين وهذان الصنفان يؤلفان عالم المقال. وبالمثل نقول عن الذكور والإناث أنهما يؤلفان عالم المقال، فى سياق الحديث عن صنف الحيوان، وعن الجمهور والحكام أنهما يؤلفان عالم المقال، فى سياق الحديث عن المواطنين فى الدولة، وهكذا فالصنف الشامل أو عالم المقال صنف يضم كل شىء فى سياق الحديث موضوع اهتمامنا. نلاحظ أن بول ميز فى الصنف الشامل بين الصنف و (الصنف السالب) complementary؛ صنف اللا مصريين سلب صنف المصريين؛ كأن الصنف الشامل يحوى الصنف وسلبه[2]، ورمزه عند بول هو الواحد الصحيح. أما الصنف الفارغ (ويسميه بول أيضا "صنف اللا شىء" class of nothing فهو الصنف الذى لا توجد له فى الواقع أمثلة، ويرمز إليه بالصفر؛ ومن أمثلة الصنف الفارغ: الدائرة المربعة، ملوك فرنسا فى القرن العشرين، الأعداد الزوجية الأولية أكبر من العدد ٢.

حـ – المساواة:

يستخدم بول علامة المساواة لتدل على أن لصنفين نفس الأعضاء؛ (هـ =و) تدل على أن الأفراد الذين يؤلفون الصنف الذى نرمز إليه بالحرف (هـ) هم نفس الأفراد الذين يؤلفون الصنف الذى نرمز إليه بالحروف (و). إذا كان هـ يرمز إلى الحيوان المفكر، (و) إلى الحيوان الذى يمشى على رجلين ولا ريش له. قلنا إن كل أفراد الصنف الأول هم كل أفراد الصنف الثانى وهم أفراد الإنسان.

---

(2) De Morgan, Formal Logic, p. 42.

د – الضرب المنطقي:

يستخدم بول علامة الضرب للدلالة على أن الصنفين المضروبين يؤلفان صنفا واحد جديدا، يضم الأشياء التي تنتمي إلى كلا الصنفين معا. افرض أننا استخدمنا (هـ) لترمز إلى صنف العلماء، والحرف (و) إلى صنف المتواضعين فإن التعبير (هـ × و) أو (هـ و) يدل على صنف العلماء المتواضعين، بحيث نستبعد من الصنف الجديد أولئك العلماء غير المتواضعين وأولئك المتواضعين الذين ليسوا علماء. لقد سمى المناطقة بعد بول هذه العملية (الضرب المنطقي) logical product. ونلاحظ أن ليبنتز قد أدرك وجه الشبه بين الربط conjunction في التصورات، والضرب في الأعداد، لكنه لم يستطع صياغة هذا الشبه صياغة دقيقة، ويرجع إلى بول الفضل الأول في تلك الصياغة[3] وقد توصل بول من عملية الضرب المنطقي بين الأصناف إلى قانون في جبر المنطق يختلف عن مثيله في الجبر المألوف ونعني به أن المعادلة هـ هـ = هـ صحيحة في جبر الأصناف وإن كانت كاذبة في الجبر المألوف إلا إذا كانت قيمة هـ صفرا أو الواحد الصحيح، ويفسر بول صحتها بقوله إن تداخل صنف في ذاته يؤدى إلى ذات الصنف ولا يضيف إليه جديدا؛ صنف المصريين مضروبا في صنف المصريين هو صنف المصريين أنفسهم بلا زيادة. وهناك قانونان آخران عند بول في جبر الأصناف: ١ × هـ = هـ، صفر × هـ =صفر. إذا رمزنا بالواحد الصحيح إلى صنف الناس، وبالحرف هـ إلى المصريين، وأردنا تحديد الأعضاء الذين ينتمون إلى الصنفين معا، وجدنا أنهم المصريون فقط؛ إما الصنف

---

(3) Kneale, the Development of Logic, p. 404.

الذى ينتمى إلى المصريين وإلى صنف لا أفراد له فى الواقع. فهو صنف لا أفراد له.

نلاحظ أن هذين القانونين الآخيرين صادقان أيضا فى الجبر المألوف.

هـ - القسمة الجبرية[٤]

لقد فكر بول فى استخدام عملية القسمة الجبرية فى الأصناف؛ وقد حاول ذلك على أساس أن القسمة عكس inverse عملية الضرب ويمكننا الانتقال من الصيغة هـ = و ى إلى الصيغة ى = $\frac{\text{هـ}}{\text{و}}$ ، والمقصود أن ى تدل على الصنف هـ باستبعاد الصنف و، فإذا قلنا يمكننا الوصول إلى صنف الناس بضرب منطقى بين صنف الحيوانات وصنف الكائنات المفكرة، يمكننا القول أن صنف الحيوان = $\frac{\text{صنف الإنسان}}{\text{صنف الكائنات المفكرة}}$ ، نعنى أنه إذا استبعدنا صنف الكائنات المفكرة من صنف الإنسان، حصلنا على صنف الحيوان. لقد لاحظ التالون لبول أن فى تطبيقه القسمة على الأصناف تعسفا، فمثلا لا معنى للقسمة بين الأصناف إذا كان الصنف المقسوم عليه جزءا من المقسوم. إذا قلنا أن الكائنات المفكرة هى جزء من صنف الناس[٥].

و - الجمع المنطقى:

استطاع بول أن يصوغ صياغة دقيقة ذلك التشابه بين الفصل disjunction فى الأصناف والجمع فى الأعداد. لقد استخدم (هـ + و) ليدل على صنف الأفراد الذين ينتمون إلى الصنف هـ أو إلى الصنف و، لكن لا ينتمون إلى كليهما معا. افرض أننا رمزنا بالحرف هـ إلى صنف الحيوان الذي يمشي على أربع،

---

[٤] تقترح هذه التسمية للدلالة على القسمة فى الأصناف، حتى لا تختلط بالقسمة المنطقية التى استخدمها أفلاطون كنظرية فى تعريف التصورات.

[٥] انظر Kneale, op. Cit., pp. 408 – 9.

وبالحرف وإلى صنف الحيوان الذى يمشى على بطنه، وبالحرف أ إلى صنف الثعابين، وأردنا معرفة أي الصنفين تنتمى إليه أفراد الثعابين، قلنا أن أ ينتمى إلى هـ أو ينتمى إلى و، لكن لا ينتمى إليهما معا. ولقد سمى التعبير (هـ + و) من بعد بالجمع المنطقى Logical sum. وقد توصل بول من فكرة الجمع المنطقى بين الأصناف إلى معادلة تختلف عن الجبر المألوف، وهى (هـ + هـ = هـ)؛ ويفسر صدق هذه المعادلة بأننا إذا رمزنا إلى صنف ما بالحرف هـ، وأردنا مضاعفة ذلك الصنف بإضافته إلى ذاته، فإننا لن نحصل فى حاصل الجمع على تضعيف الصنف وإنما على الصنف نفسه بلا زيادة. سوف نعرف من بعد أن هذه المعادلة لا تتسق مع فهم بول للجمع المنطقى ومن ثم يلزم تغيير تعريفه للجمع حتى تكون المعادلة صحيحة[٦].

ز – الطرح المنطقى:

انتقل بول من عملية الجمع المنطقى إلى الطرح المنطقى، كما انتقل من عملية الضرب إلى القسمة فيدل التعبير (هـ – و) على طرح بين صنفين، فإذا كان هـ = و + ى فإن ى= هـ – ومثال ذلك إذا دل هـ على صنف الناس، (و) على صنف الحيوانات، (ى) على الكائنات المفكرة فإن هـ = و + ى، وبالتالى ى = هـ – و، أى أن صنف الكائنات المفكرة هو صنف الإنسان مستبعدين منه صنف الحيوان. نلاحظ أن بول يستخدم الطرح أيضا ليعبر عن الصنف السالب ورمزه (١ – هـ) فافرض أننا رمزنا بالواحد الصحيح إلى كل الناس، كصنف شامل أو عالم مقال، وبالحرف هـ إلى المصريين، فإن ١ – هـ يدل على كل الناس ما عدا المصريين.

---

[٦] انظر الفقرة: ٣٤.

٢٩- جبر الأصناف والقضية الحملية

أ - تناول بول التصنيف الرباعي التقليدى للقضية الحملية تناولا ينطوى على أن ترمز الحدود إلى أصناف لا إلى تصورات، وأن تصاغ القضية فى صورة معادلة تحوى علامة المساواة ويكون أحد طرفى المعادلة صفرا أو واحدا صحيحا. سنرمز إلى موضوع القضية الحملية بالرمز (هـ)، وإلى المحمول فيها بالرمز (و) فيما يلى، يستخدم بول أيضا الرمز (V) ليدل على سور القضية الجزئية فى المنطق التقليدى، وسوف نعطى الحرف (حـ) ترجمة له؛ هاك قائمة التصنيف الرباعى للقضية الحملية عند التقليديين، فى مصطلح بول:

ك م	: كل هـ هو و	هـ (١ - و) = صفر
ك س	: لا هـ هو و	هـ و = صفر
حـ م	: بعض هـ هو و	هـ و = حـ أو هـ و ≠ صفر
حـ س	: بعض هـ ليس و	هـ (١-و) = حـ أو هـ (١-و) ≠ صفر

خذ القضية كل الرياضيين يستخدمون الاستنباط لتوضيح قائمة بول؛ سنفترض أن هذه القضية صادقة؛ ونرمز بالحرف (هـ) إلى صنف الرياضيين، بالحرف (و) إلى من يستخدم الاستنباط، وبالواحد إلى عالم المقال وهو هنا الرياضيون والذين ليسوا رياضيين، (١-و) ترمز إلى الذين لا يستخدمون الاستنباط. والآن يمكننا التعبير عن الكلية الموجبة فى الصورة هـ (١-و) = صفر، وهذه تعنى أن صنف الأفراد الذين هم رياضيون ولا يستخدمون الاستنباط هـ و = صفر، أى أن الرياضيين الذين يستخدمون الاستنباط صنف فارغ (بافتراض صدق الكلية السالبة هنا). الجزئية الموجبة وهى هـ و = حـ) أو هـ و ≠ صفر) تعنى أن الأفراد الذين هم رياضيون

ويستخدمون الاستنباط معا صنف له وجود وليس صنفا فارغا. الجزئية السالبة وهى هـ (١–و) = حـ تعنى أن الأفراد الذين هم رياضيون ولا يستخدمون الاستنباط لهم وجود واقعى ولا يمثلون صنفا فارغا (بافتراض صدق الجزئية السالبة).

ب– نلاحظ هنا أن بول أدرك نقطة كان قد أدركها ليبنتز من قبل، لكن الأخير لم يصدق نفسه فتراجع عنها، وهى أن القضايا الجزئية تنطوى على تقرير وجود واقعى لأفراد موضوعها أى أن لموضوع هذه القضايا أفرادا فى الواقع، بينما لا يتحتم أن تنطوى القضايا الكلية على هذا التقرير[٧]. أدرك بول هذه النقطة – وهو أول من قررها – إذ لم تكن مخطوطات ليبنتز المنطقية قد نشرت فى أيامه لكن بول لم يلق عليها ضوءا خاصا، رغم أهميتها.

٣٠– قوانين جبر الأصناف

وصل بول من أفكاره السابقة عن إمكان إقامة المنطق على نموذج الجبر إلى معادلات هامة فى منطق الأصناف، هى بمثابة قوانين أساسية لهذا المنطق، نذكر أهمها فيما يلى:

(١) هـ و = و هـ　　　(٢) هـ + و = و + هـ

(٣) ى (هـ + و) = (ىهـ + ىو)　　　(٤) ى (هـ – و) = (ىهـ – ى و)

(٥) إذا كان هـ = و　　فإن هـ = ىو

(٦) إذا كان هـ = و　　فإن ى + هـ = ى + و

(٧) إذا كان هـ = و　　فإن هـ – ى = و – ى

(٨) هـ^{2} = هـ

---

[7] Kneale, op. Cit., p. 411-3.

نلاحظ على القوانين السابقة (أ) أن لبول الفضل الأول في إدخال قوانين الجبر في المنطق، وسوف يقبل الفلاسفة اللاحقون بعض تلك القوانين ويضيفون إليها قوانين أخرى، بل سوف يطبقونها على نظريات أخرى في المنطق الرمزى، نعني نظرية حساب القضايا التي لم يعرفها بول. (ب) أن القانون الثامن مختلف عن مثيله في الجبر المألوف، كما أوضحنا من قبل. (حـ) أن القانون الخامس لا يقبل العكس في الجبر المألوف أو في الأصناف – لا يقبل العكس بمعنى أنه إذا كان هـ = ى و فإننا لا نستطيع القول إن هـ = و، إلا إذا كانت قيمة ى صفرا.

٣١- خاتمة

أ- يعتبر جهد بول في جبر الأصناف نقطة البداية الحقيقية في المنطق الرمزى، لكن نقطة البداية تحمل في طياتها دائما أخطاء أو فجوات أو الأمرين معا، ومن ثم جاء المناطقة المعاصرون له واللاحقون مصححين لبعض أخطائه أو مطورين لنظرياته وتؤخذ على بول ثلاثة اعتراضات أساسية: (١) نظريته المنطقية أقرب إلى علم الجبر منها إلى علم المنطق، بل كانت مقصورة على جبر محدود يتناول عددين فقط دون سائر الأعداد في قوانينها ومعادلاتها. (٢) لم يفسح بول في منطقه رموزا لتصورات – أو لثوابت – منطقية أساسية مثل الاحتواء inclusion. نعم لقد عرف بول الاحتواء لكنه كان يرمز إليه بعلامة المساواة، وذلك خلط بين المساواة والاحتواء. (٣) لقد تعسف بول في تطبيق بعض العمليات الجبرية في المنطق مثل عمليتى الطرح والقسمة إذ لا يمكن تناولهما تناولا منطقيا دقيقا. (٤) قد يكون بول أول من أحرز تقدما محدودا في إقامة منطق رمزى، لكنه لم يحاول إقامته نسقا استنباطيا على نموذج الهندسة.

ب- لقد تنبه المعاصرون واللاحقون إلى أهمية الباب الـذى طرقه بـول فـى المنطق، وأدركوا ما فى نظريته من أخطاء وفجـوات، وحـاولوا إصلاحها أو تطويرها. بـدأ ستانلى جيفونز العمل، وأعلن أن بإمكانه الوصول إلى نتـائج بـول بخطـوات منطقية بحتة دون الحاجة إلى علم الجبر، كما أصلح بعض أخطاء بول.، ووافق تشارلز بيرس علـى إصلاحـات جيفونـز لكنـه احتفـظ ببرنـامج بـول الجـبرى، وطـور جـبر الأصناف، واستفاد من دى مورجان بإقامة منطق العلاقـات فـى إطـار جبرى، وأكمل أرنست شرويدر عمل بيرس فى نسق واسع وأخيرا حـاول هنتنجتـون إقامة جبر بـول فـى نسق استنباطى بوضع مصادراته كمقدمـات أولية لنظرية الأصنـاف. ولقد كـان فريجة وبيانو يقومان فى نفس الوقـت ببناء منطقى ضخم، ليسـت نظرية بـول سـوى قطاع صغير منه.

الفصل السابع

المنطق الرمزى بعد بول

١ - جيفونز

٣٢- مقدمة :

وليم ستانلى جيفونز W. S. Jevons (١٨٣٥- ١٨٨٢) منطقى إنجليزى مرموق، وأحد رجال الاقتصاد السياسى فى زمانه. تتلمذ لدى مورجان فى الرياضيات، وكان صديقا لبول وتبادل معه مراسلات. شغل وظيفة أستاذ المنطق والأخلاق والاقتصاد السياسي في جامعتي مانشستر ولندن فيما بين ١٨٦٦ و ١٨٨٠. كتب فى المنطق التقليدى وإصلاحه مستفيدا من مواقف وليم هاملتون ودى مورجان وبول، كما كتب في الاستقراء وحساب الاحتمالات ومناهج البحث العلمي، ولم يدخر جهدا في توجيه اعتراضاته اللاذعة على مواقف جون مل المعاصر له فيما يختص بالاستقراء ويهمنا من أبحاثه المنطقية ما له ارتباط مباشر بمنطق بول. لقد أراد جيفونز تقديم المنطق التقليدى فى ثوب جديد كما أراد فى نفس الوقت الوصول إلى نتائج بول دون حاجة إلى علم الجبر.

٣٣- الاستدلال غير المباشر

نكتفى من مواقفه فى المنطق التقليدى بالإشارة إلى موقف جديد من الاستدلال غير المباشر ينطوى على أن القياس الأرسطى التقليدى ليس النموذج الوحيد للاستدلال، كما أنه سوف يساعده على اختراع نواة للعقل الحاسب computer نتمكن بفضله من القيام باستدلالات منطقية بطريقة آلية حين رأى أنه يمكننا إقامة استدلال غير مباشر يحوى أى عدد من المقدمات وأى عدد من

الحدود، دون التقيد بثلاثة حدود وثلاثة قضايا. خذ مثلا استدلالا ذا ثلاثة مقدمات:

الكائن الحي نبات أو حيوان.

النبات يتألف من كربون وأيدروجين وأزوت.

الحيوان يتألف من كربون وأيدروجين وأزوت.

لدينا هنا ثلاث مقدمات وأربعة حدود، فإذا رمزنا بالحرف أ إلى (الكائن الحي) وبالحرف ب إلى (النبات) وبالحرف حـ إلى (الحيوان)، وبالحرف د إلى (يتألف من .....)، أمكن وضع المقدمات السابقة في صورة رمزية كما يلي:

أ يكون ب أو حـ

ب يكون د

حـ يكون د

لكي نتوصل إلى نتيجة الاستدلال، نقوم بالتركيبات combinations الممكنة بين حدوده ومقدماته. سوف يمثل الحرف ب الحد المذكور موجبا، والحرف ب̅ نفس الحد سالبا، ونتخذ نفس الطريق مع الحروف حـ و د سوف نجد أن لدينا ثمانية احتمالات ناتجة عن تركيب الحدود الأربعة السابقة، كما يلي:

(١) أ ب حـ د (٢) أ ب حـ د̅ (٣) أ ب حـ̅ د (٤) أ ب حـ̅ د̅

(٥) أ ب̅ حـ د (٦) أ ب̅ حـ د̅ (٧) أ ب̅ حـ̅ د (٨) أ ب̅ حـ̅ د̅

حين ننظر إلى التركيبات السابقة نضطر إلى استبعاد الاحتمالين ٧و٨ لتناقضهما مع المقدمة الأولى (أ يكون ب أو حـ) واستبعاد الاحتمالين ٢و٤ لتناقضهما مع المقدمة الثانية (ب هو د)، واستبعاد الاحتمال ٦ لتناقضه مع المقدمة الثالثة –حـ هو د) وتتبقى لدينا احتمالات ثلاثة: أ ب حـ د، أ ب حـ̅ د، أب̅ حـ د فنجد بالنظر إليها أنها تتسق مع د في كل الحالات ومن ثم نستنتج أن الكائن الحي يتألف من كربون وأيدروجين وأزوت. هذا مثل يضربه جيفونز لبيان أنه يمكن الإتيان باستدلال غير

مباشر يتألف من عدد من الحدود والمقدمات ونلاحظ أنه إذا كان لدينا ثمانية حدود لخرج منها ستة عشر تركيبا ممكنا[1] ولكن جيفونز أدرك صعوبة الوصول إلى نتيجة استدلال حين يكثر عدد مقدماته، فبحث عن وسيلة لتسهيل عملية الاستدلال،فاخترع ما سماه (الآلة المنطقية) Logical machine لأداء التركيبات المطلوبة بين الحدود والوصول إلى نتيجة أي استدلال دون أي جهد عقلي.

٣٤- الآلة المنطقية:

اخترع جيفونز تصميما للآلة المنطقية، وكان بذلك صاحب الفضل الأول في وضع نواة لاختراع العقل الحاسب Computer. تتألف آلته من شيء شبيه بالبيانو في وضع رأسي لا أفقي، وتحوى قطعا خشبية مثبتا عليها حروف الهجاء ورموزا للرابطة المنطقية وأداة الفصل وكلها في ترتيب معين وعلى نحو يسهل تحريكها باليد ويمكنك بفضل هذه الآلة الوصول إلى التركيبات الممكنة بين الحدود التي تؤلف أي عدد من المقدمات. لقد وضع جيفونز تصميمه لآلته عام ١٨٦٩ وتحدث عنها في محاضرة ألقاها أمام (الجمعية الملكية) Royal Society وقدم الآلة لأعضاء هذه الجمعية في ٢٠ يناير ١٨٧٠، ثم نشرت المحاضرة في (المنشورات الفلسفية للجمعية الملكية) Philosophical Transactions of the Royal Society في نفس السنة، وعنوانها (في الأداء الآلي للاستدلال المنطقي) on the Mechanical Performance of Logical inference. ولقد أشار جيفونز إلى آلته في كتابه مبادىء العلم: مقالة في المنطق والمنهج العلمي (١٨٧٤) Principles of Science: A Treatise on Logic and Scientific Method.وقد طور كثير من العلماء عمل جيفونز: إذ صمم ألان ماركاند Allan Marquand آلة تعمل بالكهرباء عام ١٨٨٥، وقدم كالن T. A. Kalin وبوركهارد W. Burkhard من هارفارد أول تصميم لعقل حاسب كهربي electric

---

[1] S. Jevons, Elementary Lessons in Logic, pp. 191-99.

computer عـام ١٩٣٧ لحـل معـادلات فـى جـبر بـول تصـل إلى اثنـى عشـر متغيرا[2] ونلاحظ أن العقل الحاسب الذى تستعمله الـدول المتقدمـة فـى أبحاثـها المختلفة ولخدمة أغراضها العلمية إنما يقوم فى تصميمه على استخدامه الثوابـت المنطقية التى سيكشف عنها المنطق الرمزى كالربط والفصل والسلب والشرط. خذ مثالا لما يمكن أن يقوم به العقل الحاسب لأداء عملية معقدة: (إذا تحقق الشرطان أ و ب مثلا، فإنـه يؤدى العملية حـ، وإذا أدت العلمية حـ إلى د أو هـ فإنـه يستمر فـى أداء العملية و، وكذلك يؤدى العملية ز، وهكذا)[3].

٣٥- تصحيح بول

تقدم جيفونز بالنقد لأفكار بول الآتية: (أ) اعترض على تعريف بـول للجمـع المنطقى بين الأصناف فقد قال بول إن التعبير عن الجمع المنطقى يدل على صنف بحيث أن فردا ما يمكن اندراجه فـى أحـد الصنفين لكـن لا يندرج فيهما معـا، لكـن جيفونز رأى المعادلة هـ + هـ = هـ (أحد قوانين بـول) لا يمكـن تفسيرها حسـب ذلـك التعريف للجمع، واقترح أن يكون الجمع المنطقى دالا على اندراج فرد ما فى أحـد الصنفين أو فيهما معا، كى يمكن تفسير المعادلة السابقة. وقد رحب المناطقة باقتراح جيفونز. (ب) اعترض جيفونز على تطبيق عمليتى الطرح والقسمة فى المنطق، ذلـك لأنهما عمليتان جبريتان لا تقابلهما أفكار منطقية، وسوف يطور بيرس هذا النقـد ليميز العمليات الجبرية التى يمكن تطبيقها على الأصناف كالجمع والضرب، من العمليات الجبرية التى تخص الجبر والحساب وحدهمـا كالطرح والقسمة (حـ) اقتراح جيفونـز أن نعبر عن الصيغة (١-و) فى مصطلح بول بالصيغة (لا -و)[4].

---

[2] انظر: Kneale, The Development of logic, pp. 421-2.

(3) Ibid, p. 422.

(4) Lewis, A Survey of Symbolic Logic, pp. 73-8.

٢- بيرس

٣٦ - مقدمة:

أ- تشارلز ساندرز بيرس C. S. Peirce (١٨٣٩ - ١٩١٤) من أكبر المناطقة والفلاسفة الأمريكان، له تعديلاته الهامة على المنطق التقليدى، وأفكاره الأصيلة التى شارك بها فى إقامة بعض نظريات المنطق الرمزى،ومواقفه الجديدة فى مناهج البحث فى العلوم الطبيعية والرياضية، كما أن له نظريات أصيلة فى الميتافيزيقا ونظرية المعرفة، وهو المؤسس الحقيقى للبراجماتية كمنهج لتعريف الحدود واختبار صدق القضايا. دخل جامعة هارفارد عام ١٨٥٥ وتخرج منها بعد أربع سنين، وظل يكتب قرابة خمسين عاما ابتداء من سنة ١٨٦١ بدأ حياته الفكرية باحثا فى الكيمياء ثم دخل إلى الفلك والفيزيقا واهتم بعدها بمناهج البحث فى العلوم، ومن هذه اتجه إلى المنطق حيث يقول عن نفسه: إنه قرأ منطق اليونان والعصر الوسيط كما أحاط بالمناطقة المحدثين والمعاصرين من إنجليز وفرنسيين وألمان ونحن نعلم أنه قرأ دى مورجان وبول وجيفونز وويفل Whewell مبكرا، ولكنه لم يسمع عن فريجة وبيانو قبل عام ١٨٨٣، ومن المنطق اتجه بيرس نحو الفلسفة.

ب- كان بيرس عميق الفكر ضخم الإنتاج، فكتب أكثر من ثمانين صحيفة عن المنطق والرياضيات والفيزيقا والفلك فى المعجم الفلسفى لبولدوين Baldwin، كما كتب قرابة مائة وخمسين مقالا فى المجلات الفلسفية. وكان غامض الأسلوب لدرجة تنفر القارىء، كما كان يستخدم مصطلحات غريبة ينحتها لنفسه، وكان ذلك سببا فى عدم ذيوع صيته فى حياته، إذ لم يكن معروفا إلا لأعلام قليلة من بنى وطنه مثل ديد كند وشرويدر ووليم جيمس، ولم يسمع به كثير من الفلاسفة ممن يشاركونه

في موضوع الدراسة، وفي ذلك يقول عنه رسل: (سمعت عن بيرس لأول مرة حين زرت هارفارد عام ١٨٩٦ لكنى لم أقرأ له من قبل عام ١٩٠٠ حين اشتغلت بالمنطق الرمزى، وكنت عرفت من كتاب جبر المنطق لشرويدر أن بيرس عالج هذا الموضوع، وظللت إلى وقت قريب لا أعلم غير منطقه الرمزى). وقد بدأت ترتفع أسهم بيرس بعدوفاته حين بدأ الفلاسفة يكتبون عنه مثل ديوي، والمؤرخون مثل لويس C. I. Lewis، حتى أتيح لمقالاته وأبحاثه أن ترى النور حين عكف هارتشورن C. Hartshorne وبول فايس P. Weiss من أساتذة الفلسفة فى هارفارد على جمع كتاباته ونشرها فى عشرة أجزاء باسم مجموعة أبحاث بيرس Collected papers of Peirce، أخرجا منها ستة أجزاء فيما بين ١٩٣١و ١٩٣٥ ولقد تم نشر مجموعة الأبحاث فى الخمسينات من القرن العشرين.

٣٧- القضية الحملية والتضمن

نتعرض هنا لمنطق بيرس دون باقى جوانب مذهبه، بل سوف نقتصر فى عرض منطقه على ما له ارتباط مباشر بالمنطق الرمزى، لكنا سنعرض قبل ذلك موقفه من مسألتين يعدل بهما بعض نظريات المنطق التقليدى: طبيعة القضية الحملية والاستدلال. رأى بيرس أن علاقة التضمن (وكان يسميها illative relation) علاقة منطقية أساسية، وهى ما نعبر عنها بالحروف (إذا ...إذن)؛ استخدم بيرس هذه العلاقة أولا لتقديم فهم جديد للقضية الحملية، وفى ذلك يقول فى مقال كتبه عام ١٨٩٦: (لقد أعلنت منذ عام ١٨٦٧ أنه يوجد علاقة منطقية أساسية وهى التضمن .... وليست القضية سوى استدلال عزلنا عنه تقرير مقدمته الكبرى ونتيجته، وذلك يجعل كل قضية فى أساسها شرطية متصلة. وبالمثل ليس الحد أو اللفظ الدال على صنف

عندى سوى قضية خلا مكان موضوعها أو أن موضوعها غير محدد... تعطى هذه النظرية للمنطق وحدة كبرى)[٥]. رأى بيرس أن القضية (كل إنسان فان) مثلا تعنى أنه (إذا كان حاصلا على الصفة أ يلزم أن يكون حاصلا على الصفة ب)، أو (إذا كان س إنسانا فهو إذن فان)؛ ومن ثم يرد بيرس القضية الحملية إلى شرطية متصلة، لا أن يرد الشرطيات إلى حمليات كما حاول التقليديون ونجد هذه الفكرة المنطقية واضحة عند رسل ويدين بالفضل فيها إلى برادلي الذى ذكر الفكرة فى كتابه المنطق ونشر عام ١٨٨٣ ونلاحظ أن فريجة دون هذه الفكرة فى كتبه مثل كتابه التصورات Begriffsschrift الذى نشر عام ١٨٧٩، ومن ثم يكون لفريجة سبق القول بهذه الفكرة على برادلي دون أن يعلم رسل بذلك وقتئذ. لكن يتضح من النص السابق لبيرس أنه وصل إلى الفكرة عام ١٨٦٧ ومن ثم نعطى لبيرس السبق على فريجة فى هذه الفكرة ولا يقتصر استخدام بيرس للتضمن على نظرته إلى القضية الحملية، إنما تعداها إلى مجالات أخرى، من بينها مجال الاستدلال، وهو ما سنعرض له فى الفترة التالية:

٣٨- الاستدلال الحملي ودالة القضية:

أ- رأى بيرس أن المنطق التقليدى قد تعسف فى التمييز بين الحد والقضية، وفى التمييز بين القضية والاستدلال ورأى بيرس أن الحد والقضية لا يختلفان من حيث التركيب المنطقي وإنما من حيث أن القضية تقرير صريح، بينما الحد تقرير أولي rudimentary assertion، والحدود التى يقصدها بيرس هنا هى

---

(٥) النص مأخوذ من:
J. passmore, A Hundred Years of Philosophy, London, 2nd ed., 1966, p. 142.

الحدود العامة مثل: إنسان، حيوان... خذ (مثلث)مثالا حين أقول (مثلث)، أو أفكر فيه، فإني أفكر في شيء له خصائص معينة، ومن ثم أتناول قضية خلا مكان موضوعها، مما تتخذ الصورة (......مثلث). نلاحظ أن التعبير الأخير الذى سماه بيرس قضية، يسمى في الواقع دالة قضية.

ب- رأى بيرس أيضا أن القضية والاستدلال من تركيب منطقي واحد ولا يختلفان إلا من حيث أن القضية استدلال أولى، حذفت مقدمته ونتيجته،خذ القضية: كل إنسان فان، والاستدلال: سقراط إنسان، وكل إنسان فان، إذن سقراط فان، نعبر عن القضية بقولنا (إذا كان س إنسان فهو فان) ونعبر عن الاستدلال بقولنا (س إنسان وهو إذن فان)؛ الفرق بين الصورتين السابقتين أن الأولى لا تنطوي على تقرير صريح، وإنما على صيغة شرطية، بينما تنطوي الثانية على تقرير صريح[6].

حـ- نلاحظ أنه بالرغم من وجاهة الفكرة السابقة لبيرس، فإنه يخلط بين الحد والقضية. نعم ينظر إلى الحد كما لو كان دالة قضية، لكن يظل الفارق واضحا بين الحد والقضية إنه الحد لا يحتمل الصدق أو الكذب ومن ثم ليس قضية وإنما يصدق على أشياء كثيرة، أو على شيء واحد، أو لا يصدق على شيء. (إنسان) حد يصدق على عدة أشياء، (توابع الأرض) حد يصدق على شيء واحد (القمر)، (حصان ذو قرون) حد فارغ، لكن حدا من تلك الحدود لا يرتفع إلى مقام القضية. وبالمثل، لا نستطيع أن نقول إن القضية استدلال مضمر، وإنما نقول فقط إن القضية الحملية في أساسها شرطية متصلة.

---

(6) Ibid., p. 141.

٣٩- جبر الأصناف وعلاقة الاحتواء

أ- ننتقل الآن إلى الإشارة إلى بعض إضافات بيرس للمنطق الرمزى وتكاد تنحصر فى المساهمة فى تطوير جبر الأصناف ونظرية العلاقات. يمثل بيرس الخطوة الثانية فى تطوير جبر الأصناف بعد بول، كما يمثل شرويدر الخطوة الثالثة، ومن ثم نقول أن بول – بيرس – شرويدر يمثلون حلقة إقامة المنطق على نموذج الجبر. حيث يبدأ بيرس مساهمته فى نظرية الأصناف بملاحظات على بول:

(١) اتفق بيرس مع جيفونز فى تعديله لمعنى الجمع المنطقى بين الأصناف مع بول حيث رأى بول أن الصيغة (أ + ب) تدل على صنف بحيث أن الفرد هـ مثلا ينتمى إلى الصنف أ أو إلى الصنف ب، لكن لا ينتمى إلى كليهما معا، ورأى جيفونز أن الفرد هـ ينتمى إلى أ أو ب أو كليهما معا. ولكن لقد تحمس بيرس – خلافا لجيفونز – لاتجاه بول فى إقامة منطق الأصناف على نموذج الجبر.

(٢) أدرك بيرس خطأ بول فى استخدامه لعمليتى الطرح والقسمة فى جبر الأصناف وتصحيحا لبول، ميز بيرس بين العمليات الحسابية التى تعبر عن علاقات منطقية كالجمع والضرب، والعملية الحسابية التى لا تعبر عن تلك العلاقات كالطرح والقسمة، وهو تمييز لم يفطن إليه بول[٧].

(٣) استطاع بيرس – بعد توضيح النقطتين السابقتين – أن يصوغ قوانين جبر الأصناف، وأهمها: أ + أ = أ، أأ= أ، أ + ب= ب + أ،أب = ب أ، (أ +

---

[7] Lewis, op. Cit., p. 82.

ب) + حـ = أ + (ب + حـ)، (أب)حـ = أ(ب حـ)، (أ + ب) حـ = أحـ + ب حـ ، أب + حـ = (أ + حـ) (ب + حـ)[٨].

(٤) لم يدرك بول أهمية فكرة الاحتواء inclusion كفكرة منطقية أصلية، ومن ثم خلط الاحتواء بالمساواة ويعتبر بيرس أول من نبه إلى أهمية الاحتواء فى منطق الأصناف، وأضافها إلى فكرتى الجمع والضرب فى محاولته إقامة مبادىء حساب الأصناف (ومبادىء الحساب صيغ أكثر تعقيدا من قوانين الحساب المذكورة آنفا). ويحسن بنا قبل عرض أهم تلك المبادىء أن نلاحظ شيئين على بيرس:

الأول : أن بيرس عرف التعبير (محتوى فى) included in بأنه (صغير مثل) being as small as[٩]، وهو تعريف خاطيء، لأن (محتوى فى) تعنى (أصغر من) أو (أقل شمولا من) ومن ثم خلط بيرس الاحتواء والمساواة بالرغم من أنه أعطى لكل منهما رمزا متميزا؛ لكننا نلاحظ من جهة أخرى أن بيرس يصوغ بعض مبادئه التى تنطوى على الاحتواء صياغة صحيحة، ومن ثم فحديثه عن الاحتواء مضلل.

الثانى : حين وضع بيرس مبادىء حساب الأصناف فى صورة رمزية، كان يدل بأحرف اللغة جميعا على أنها متغيرات لأصناف وكان يستخدم الحروف Z,Y,X,C,B,A على أنها جميعا رموز أصناف ، ومن ثم لم يميز فى مصطلحه الرمزى بين الصنف والعضو فى صنف، أو بين الحد العام واسم

---

(٨) ibid: قارن قوانين بول: الفصل الخامس، الفقرة ٣٠.

(9) Lewis, op. Cit., p. 83.

العلم، وبالتالي لم يميز بين القضية الشخصية والقضية العامة تمييزا أساسيا، ولذلك اضطربت عنده دلالة مبادىء حساب الأصناف. وسنرى فيما بعد أن بيانو وفريجة قد أدركا ضرورة التمييز بين هذين النوعين من الحدود وهذين النوعين من القضايا وكانا يصطنعان الحروف الأولى للغة رموزا لأصناف، والحروف الأخيرة رموزا لأعضاء الأصناف.

ب- أهم مبادىء حساب الأصناف عند بيرس: نصطنع الرموز العربية الآتية أ، ب، حـ بدائل للحروف C, B, A على التوالي، والحروف هـ، و، ى بدائل للحروف Z, Y, x على التوالي.

١- إذا كان هـ محتوى في و، ومحتوى في ى، فإن هـ محتوى في ى

If $X \subset Y$ and $Y \subset Z$, then $X \subset Z$

(٢) إذا كان أ محتوى في ب، فإنه يوجد حد ما هـ بحيث أن أ + هـ = ب.

(٣) إذا كان أ محتوى في ب، فإنه يوجد حد ما و بحيث أن ب و = أ.

(٤) إذا كان أ محتوى في ب، فإنه (حـ + أ) محتوى في (حـ + ب).

(٥) إذا كان أ محتوى في ب، فإن حـ أ محتوى في حـ ب.

(٦) أ ب محتوى في أ. (٧) هـ محتوى في (هـ+و)[١٠]

٤٠- من جبر الأصناف إلى حساب القضايا:

أ- استطاع بيرس أن يقدم قراءة لجبر المنطق تختلف عن قراءة بول،أي أنه قد أمكنه النظر إلى المتغيرات في قوانين الأصناف على أنها دالة على قضايا، كما تدل أيضا على أصناف وأمكنه النظر أيضا إلى علاقة الاحتواء بين الأصناف على أنها تدل على التضمن بين القضايا، ومن ثم ساهم بيرس مساهمة متواضعة في إقامة أولى

---

(10) Ibid. p.84.

نظريات المنطق الرمزى وهى نظرية حساب القضايا. لقد سجل بيرس هذه الفكرة فى بحث نشره عام ١٨٨٥، لكننا نعلم أيضا أن فريجة أقام نظرية حساب القضايا كاملة فى كتابه التصورات الذى نشر عام ١٨٧٩ ومن ثم كان فريجة أسبق؛ ونحن نعلم أيضا أن بيرس لم يسمع عن فريجة قبل عام ١٨٨٣، فمن المحتمل أن يكون قد قرأ فريجة بعد هذه السنة، أو أنه وصل إلى ما وصل إليه من أفكار فى حساب القضايا بمفرده. ونحن نرجح الاحتمال الثاني لأن بيرس أقام أفكاره على نموذج قوانين حساب الأصناف، بينما أقام فريجة نظريته فى القضايا مستقلة تماما عن نظرية الأصناف، بل رأى أن قوانين الأصناف ليست إلا مشتقة من قوانين حساب القضايا.

ب- رأى بيرس أن علاقة التضمن بين القضايا تقابل الاحتواء بين الأصناف - كما قلنا - لذلك فإن (هـ تتضمن و) (الحروف هنا ترمز إلى قضايا) تعنى أنه (إذا كان هـ صادقا، فإن و صادقة) ومن ثم يقرن بيرس فكرة التضمن بالقضية الشرطية المتصلة، ويقدم تعريفا للتضمن: تصدق القضية الشرطية إذا كذب المقدم أو إذا صدق التالى، وتكذب إذا صدق المقدم وكذب التالى. وهو تعريف صحيح، لكنه قديم وظهر عند فيلون الميغارى، بل إن هذا أعطى تعريفا أو فى، حيث أعطاه فى صورة دالات صدق فأعطى بيرس - بعد تعريفه للتضمن بين القضايا - بعض قوانين هذا التضمن، ونذكر فيما يلى أهمها:

(١) هـ تتضمن (و تتضمن هـ). يعبر هذا القانون عن أن (القضية الصادقة متضمنة في أى قضية).

(٢) ("هـ تتضمن و" تتضمن هـ) تتضمن هـ. ويعنى أنه (إذا كان "هـ تتضمن و" فإنها تتضمن أن هـ صادقة، إذن هـ صادقة).

(٣) هـ تتضمن هـ. وهو صورة من صور مبدأ الهوية

(٤) (هـ تتضمن و) تتضمن ("و تتضمن ى" تتضمن "هـ تتضمن ى") وذلك ما يسمى "بمبدأ القياس"[٧].

٤١- منطق العلاقات:

أ- أدرك بيرس أهمية توسيع نطاق جبر المنطق بحيث يشمل نظرية فى العلاقات،وإلى بيرس يرجع الفضل الكبير فى إقامة نظرية العلاقات بادئا من تلك الإشارات والتوجيهات التى قدمها دى مورجان ونذكر فى فقرات متصلة أهم أفكار بيرس فى تلك النظرية، ونبدأ برأيه فى أنواع العلاقات حيث رأى بيرس إمكان النظر إلى قضية - حتى القضية الحملية - على أنها قضية علاقة، إذ يمكن النظر إلى المحمول على أنه حد يتعلق بشىء واحد هو الموضوع، ويسميه (علاقة واحدية) monadic relation ، نقول فى القضية (سقراط حكيم) أن (حكيم) حد يتعلق بسقراط، ومن ثم نظر إلى أى حد عام على أنه ينطوى على علاقة واحدية، أى علاقة بشىء واحد. يسمي بيرس العلاقة (ثنائية) DYADIC إذا ربطت بين حدين، مثل (أ أكبر من ب)ويسميها (ثلاثية) TRIADIC إذا ربطت بين ثلاثة حدود، مثل (أ أعطى ب إلى حـ)، و (متعددة الأطراف) POLYADIC إذا ربطت بين عدد أكبر من الحدود[٨]. سوف نلاحظ فيما بعد أن رسل يستخدم العلاقة الواحدية للدلالة على المحمول فى القضية الحملية دون إشارة إلى أن بيرس هو أول من استخدم التعبير.

ب- تعريف العلاقة عند بيرس مشتق من تعريف الصنف، إذ يعرف الحد العلاقى بأنه (بأنه زوج " أو ثلاثى إلخ" من الأشياء الجزئية) a relative is the

---

(7) Ibid., p. 85.

(٨) انظر: Kneale, op. Cit., p. 432.

Pair (oftriad ate) of individual things؛ كلمات مثل (محب) أو (محسن) حدود علاقية يربط كل منها اثنين من الأفراد: محب ومحبوب، محسن ومحسن إليه، بعلاقة معينة هي الحب أو الإحسان؛ وتصبح هذه العلاقات جمعا منطقيا لكل الحدود التي تتعلق بها، وذلك تعريف ما صدقي للصنف أو العلاقة[9].

حـ - الضرب النسبي والجمع النسبي بين العلاقات.

رأى بيرس أنه مادامت الحدود العلاقية relatives هي ذاتها رموز أصناف، فإنه يمكن تطبيق قوانين نظرية الأصناف على العلاقات وكما كان استخدام بول لأفكار السلب والضرب والجمع في قضايا الأصناف، فاستعان دى مورجان بهذه الأفكار في قضايا العلاقات وأضاف إليها فكرة عكس العلاقة فلقد استفاد بيرس من سابقيه في تطوير نظرية العلاقات وأضاف إليها أفكارا جديدة مثل الاحتواء، كما أضاف فكرة إقامة العلاقات في (حساب منطقي) calculus. وقد وضع بيرس كل ذلك في (وصف مصطلح رمزي لمنطق العلاقات) Discription of a Notation for the Logic of Relatives، نشره عام ١٨٦٧[10] ولا نستطيع كتابة هذا المصطلح هنا لصعوبة طبعه ولذا نحاول التعبير عن قضاياه بالألفاظ أحيانا وبصيغ رمزية مبسطة أحيانا أخرى. أما عن أفكار الضرب النسبي والجمع النسبي فقد أدخلهما دى مورجان من قبل، حين ميز بين (محام وتاجر) مثلا (ضرب منطقي بين علاقتين) و (محامي تاجر ما) (ضرب نسبي). لقد طور بيرس هذه الفكرة الأخيرة وحدد قوانينها، فرأى مثلا أن الضرب النسبي والجمع النسبي يخضعان لقانون الترابط associative law وقانون التوزيع distributive law لكن لا يخضعان

---

(9) Lewis, op. Cit., pp. 92 –3.
(10) Ibid., p. 85.

لقانون تبادل المواضع commutative law افرض أن سونيا تحب سارتر، وأن سارتر أستاذ ساجان، وعبرنا عن هذه الواقعة المركبة بالقضية سونيا تحب أستاذ ساجان، نجد أن القضية (محب (أستاذ ساجان)) "تكافىء في الصدق (محب أستاذ) ساجان" لكن القضية محب أستاذ ساجان، لا تكافىء أستاذ محب ساجان[11].

د- بعد أن درس بيرس العلاقات والعمليات المنطقية التى يمكن تطبيقها على قضايا العلاقات، حاول تقديم نظرية العلاقات في حساب منطقى أى وضعها فى نسق استنباطى يبدأ بطائفة من تعريفات ومقدمات أولية ثم يستنبط قوانين، وكلها فى صورة رمزية ونلاحظ أن بيرس لا يستخدم عبارة (نسق استنباطى)، ويظهر أنه لم يكن مهتما بفكرة النسق الاستنباطى بالمعنى الدقيق، تلك الفكرة التى أصبحت وقتئذ مألوفة عند معاصريه من الألمان والإيطاليين والإنجليز فإنه لم يكن مهتما بها لأنه حين وضع نظريته في الحساب المنطقي لم يميز بين تعريفاته ومقدماته الأولية وإنما سماها جميعا مقدمات أولية. نشير فيما يلي إلى أهم قوانين ذلك الحساب:

١- عكس (عكس أ)= أ.

٢- سلب (عكس أ) = عكس (سلب أ).

٣- أ محتوى في ب = عكس ب محتوى فى عكس أ.

٤- عكس (أ + ب) = سلب أ + سلب ب.

٥- عكس (أ ب) = عكس أ مضروبا فى عكس ب[12].

---

[11] Ibid, p. 86.
[12] Ibid ., pp. 90-1

٤٢- خاتمة:

أ- كان بيرس منجما فكريا هائلا، لكن غموض أسلوبه وكتاباته المتفرقة التي لم يجمعها بنفسه في صورة كتب يحمل كل منها موضوعا مستقلا أدت إلى أن مذهبه أعوزه التنسيق ويعاب عليه أيضا – فيما يختص بالمنطق أنه لم يتصل بأعمال المناطقة المعاصرين عبر الاطلنطي الذين استطاعوا الخروج من دائرة بول إلى دائرة أعلى تطورا ونعني بها دائرة بيانو وفريجة، ومن ثم ظل محصورا في دائرة إقامة المنطق على نموذج الجبر. ورغم هذا فإن له فضلا كبيرا في تطوير منطق بول، وتتلخص أهم مساهماته المنطقية فيما يلي: (١) أمكنه أن يعبر عن القضية الحملية بصورة قضية شرطية متصلة، وفي صيغة رمزية تتخذ دالة القضية: ترد (كل أ هو ب) إلى (إذا كان هـ هو أ فهو إذن ب)، ويكون بذلك قد سبق فريجة وبرادلي ورسل إلى هذه النقطة. (٢) أخذ من جيفونز نقطة بداية لإصلاح نظرية الأصناف عند بول، فوافق الأول على إصلاحه لتعريف بول للجمع المنطقي، كما استبعد عمليتي الطرح والقسمة من التطبيق على الأصناف، ومن ثم طور قوانين جبر الأصناف ومبادئه. لكن جهازه الرمزي كان معقدا وغير دقيق وغير دقيق معناها هنا أنه لم يميز بين الصنف وعضو الصنف وبالتالي لم يميز بين الحد العام واسم العلم، ولم يميز تمييزا حاسما بين القضية العامة والقضية الشخصية. (٣) لمح في ذهن بيرس إمكان إقامة نظرية لحساب القضايا، وذكر بعض قوانينها لكنه أقامها على نموذج جبر الأصناف، ولكن فريجة في الوقت نفسه استطاع أن يخرج بهذه النظرية ناضجة كاملة مستقلة عن الأصناف. (٤) له فضل كبير في إقامة منطق العلاقات على نموذج جبر الأصناف مستفيدا من الأفكار التي أدخلها دي مورجان عن خصائص العلاقات،

فدرس العلاقات وطورها فى حساب منطقى بما يحوى من مقدمات أولية وقوانين ونظريات مستنبطة.

ب- أتم أرنست شرويدر E. Shroeder(١٨٤١ - ١٩٠٢) رسالة بيرس، فأقام نسقا منطقيا متكاملا على نموذج الجبر؛وطور نظريات الاصناف والعلاقات والقضايا أكثر مما تركها بول وبيرس ولقد احتوى منطق شرويدر أيضا على كتابة المنطق التقليدى فى صورة جبرية، وصياغة التصنيف الرباعى للقضية الحملية وقوانين التقابل بين القضايا والاستدلال المباشر والقياس، كل ذلك فى قالب رمزى جبرى وأدرك شرويدر أيضا بعض أخطاء تلك القوانين التقليدية؛ إذ رأى أن قوانين التضاد والتداخل والدخول تحت التضاد فاسدة إذا كان موضوع القضية يمثل صنفا فارغا، ورأى بالتالى فساد الاستدلال المباشر والقياسى الذين ينطويان على الانتقال من مقدمات كلية إلى نتيجة جزئية ولقد دون شرويدر جهوده فى كتب ثلاثة:

مجال حساب المنطق operations kreis des Logik kalkulus (١٨٧٧)، محاضرات فى جبر المنطق vorlcsungen uber die Algebra der ogik(١٨٩٠-١٨٩٥) فى ثلاثة أجزاء، موجز جبر المنطق Abriss deı Algebra der Logik نشره ميلر E. Muller فى الأعوام ١٩٠٩ -١٩١٠.

حـ- وفى زمن بيرس وشرويدر ظهر تيار منطقى آخر مخالف لهما - تيار لا يقنع باتجاه بول الجبرى، وإنما يشق طريقا آخر نشأ عن بحث ثورى فى أصول الرياضيات، وهو بحث فى الأنساق الاستنباطية فى الهندسة، ومحاولة إقامة علم الحساب نسقا استنباطيا، ثم محاولة رد التصورات الأساسية للحساب - ومن ورائها

التصورات الرياضية البحتة كلها – إلى تصورات منطقية خالصة. ولكى يصل هذا البحث إلى هدفه، رأى أنصاره أنهم بحاجة إلى سلاح منطقى جديد يطاول الرياضيات فى أسلوبها ونسقها الاستنباطى، ومن ثم نشأ المنطق الرمزى الذى لا يرد إلى الجبر بل يرد الجبر والحساب والهندسة إليه، ويجعل جبر الأصناف والعلاقات جزءا صغيرا منه، وكان بيانو وفريجة من مؤسسى هذا التيار الجديد.

الباب الثالث

ضحى المنطق الرمزى

الفصل الثامن

المنطق الرمزى وتطور الرياضيات

٤٣- علم الهندسة والنسق الاستنباطى

أ- اتجه المنطق الرمزى وجهة جديدة على أيدى فريجة وبيانو حين حاولا إقامته علما رمزيا يتخلص من آثار لغة الحديث، وإقامته نسقا استنباطيا محكما نضع فيه قائمة التعريفات والمقدمات الأولية واضحة صريحة منذ البدء ولقد نشأ موقفهما ذاك عن بحثهما فى الرياضيات وأصولها. لهذا ينبغى قبل أن نعرض لهما أن نشير إلى تطور الرياضيات والمشكلات الناتجة عنه مما أدى إلى البناء المنطقى الجديد، وأن نشير بوجه خاص إلى تطور الهندسة والتحليل[1].

ب- بدأت الثورة على الهندسة الإقليدية بجهود جيرولامو ساكيرى Gerolamo Saccheri الرياضى المنطقى الإيطالى الذى عاش فى نهاية القرن السابع عشر وأوائل القرن الثامن عشر الميلادى، مما دونه فى كتابه "يطلب من إقليدس كل ما هو جديد" (١٧٣٣) Euclides ab omni Naevo Vindicatus. كان ساكيرى مصلحا لإقليدس أكثر منه ثائرا عليه، فقد نظر فى المصادرة الخامسة فى الهندسة الإقليدية التى تقول: "إذا قطع خط مستقيم خطين مستقيمين آخرين

---

[1] الإيجاز فى هذا الفصل مخل. لكنه واف بغرضنا حيث أن ذكر تطور الرياضيات بتفصيل موضوع يتصل بفلسفة الرياضة وهو خارج عن موضوع بحثنا وإن مجرد الإشارة إليه كاف لنا حيث يرسم ملامح بداية المنطق الرمزى فى المرحلة التى نحن الآن بصدد نشأتها وهى مرحلة "ضحى المنطق الرمزى".

بحيث يكون مجموع الزوايتين الداخلتيين من جهة واحدة من القاطع أقل من قائمتين، فإن هذين الخطين يلتقيان إذا امتدا من جهة هاتين الزاويتين". رأى ساكيرى أن هذه المصادرة معقدة، ومن ثم يلزم أن تكون موضوع برهان، لا أن نبدأ بالتسليم بها.[٢] ولا يهمنا هنا برهان ساكيرى ومدى نجاحه أو فشله فيه ولكن تهمنا فقط الإشارة إلى أنه قدم – في ثنايا برهانه – أفكارا هندسية جديدة، مما حفز الرياضيين من بعده إلى إقامة ما سمي (الهندسة اللا إقليدية) (وهذه العبارة من وضع جوس Gauss الرياضي الألماني ١٧٧٧–١٨٥٥) وظلت أبحاث ساكيرى مطمورة حتي انتبه إليها جوس وأدرك أن بها أفكارا هندسية غريبة على إقليدس حينئذ نشأ نموذجان من الهندسة اللا إقليدية حيث قدم أحد النموذجين لوباتشفسكى Lobachevsky الرياضي الروسي في بحث نشره عام ١٨٢٦، وقدم ثانيهما ريمان Riemann الرياضي الألماني في محاضرة ألقاها عام ١٨٥٤. ونلاحظ أن هذين النموذجين يختلفان فيما بينهما، كما يختلفان عن هندسة إقليدس[٣] ونلاحظ فيما

---

[٢] لم يكن ساكيرى أول من حاول البرهنة على هذه المصادرة، بل قدمت من قبل محاولات أخرى لكل من بطليموس الفلكي والرياضي الإسكندراني في القرن الثاني الميلادى وبروكلس procleus الأفلاطوني المحدث الإسكندراني في القرن الخامس، انظر: **Kneale, the development of Logic, p. 380.** ويقول الدكتور محمد ثابت الفندى أن نصير الدين الطوسي في القرن السابع الهجرى قدم نفس المحاولة التي قدمها ساكيرى فيما بعد، انظر كتابه: فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، ١٩٦٥م، ص ٥٤–٥.

[٣] من مبادىء هندسة لوباتشفسكى: المكان سطح منحن **curve**، من نقطة خارجة على خط مستقيم، يمكن رسم عدد لا متناه من المستقيمات الموازية له؛ زوايا المثلث الداخلة أقل من قائمتين ومن مبادىء هندسة ريمان. المكان سطح كروى، لا يمتد الخط المستقيم إلى غير نهاية وإنما هو منته لأنه دائرى، ليس المستقيم أقصر بعد بين نقطتين وإنما المنحنى أقصر الخطوط، لا مستقيمات متوازية، زوايا المثلث الداخلة أكثر من قائمتين. انظر: محمد ثابت الفندى: المرجع السابق ص ٥٦–٧، وأيضا **Kneale, op. cit., p. 382.**

بعد أن الهندسات اللا إقليدية لم تنحصر فـى هذيـن النموذجين، وإنما يمكـن إقامة عدد لا متناه من الأنساق اللا إقليدية التي لا يعنينا هنا تفصيلها[٤].

حـ- حين تطورت الهندسات اللا إقليدية، بدأ المشتغلون بالهندسـة فـى ملاحظة أمور ثلاثة: (١) تعريفات ومبادىء ومصادرات النسق الإقليدية مختلفة عن مثيلاتها فى الأنساق الجديدة. (٢) تعريفات ومبادىء ومصادرات إقليدس مرتبطة بالأشكال والرسوم diagrams أى إذا أردنا البرهان على نظرية إقليدية واستخدمنا الأشكال والرسوم، بدت واضحة، فإذا استبعدنا تلك الرسوم والأشكال وأبعادها، جاء البرهان ناقصا معيبا، خذ النظرية الأولى فى الكتاب الأول من المبادىء Elements "من خط مستقيم، يمكن رسم مثلث متساوى الأضلاع" يبدأ البرهان علـى هـذه النظرية بعمل دائرتين مركز كل منهما أحد طرفى المستقيم المعطى بنصف قطر مساو لطوله، فتتلاقـى الدائرتـان فـى نقطتين. ونصـل إحـدى نقطتـى التقـاطع بطرفـى المستقيم، نحصـل علـى مثلـث متسـاوى الأضـلاع، ويقـوم البرهـان علـى النظريـة باستخدام مبادىء ومصادرات معينة مما وضعها إقليدس منذ البدء. لقد لاحظ علماء الهندسة أن هذا البرهان يقوم على افتراض ضمنى ليس مسجلا فى قائمة المبادىء والمصادرات المعطاة، وهو أن الدائرتين يجب أن تتقاطعا في نقطتين وتساءلوا إذن لم يجب أن تتقاطع الدائرتان في نقطتين فقط لا فى نقطة واحدة أو ثلاثة؟ حينئذ ظهرت فجوات استنباطية أخرى فى نسق إقليدس.

(٣) هندسة إقليدس مرتبطة بالمكان، ما دامت ترتبط بالأشكال، وارتبطت أيضا بتصور معين للمكان وهو أنه سطح مستو، وأن المكان الهندسى صادق على

---

[٤] انظر: محمد ثابت الفندى: المرجع السابق ص ٦٠-٦٣.

المكان الفيزيقي، وهذا فرض آخر استخدمه إقليدس دون أن يضعه صريحا منذ البدء[٥].

د- من الملاحظات السابقة، نشأت الأسئلة الآتية: هل لا يمكن إقامة قائمة تعريفات ومبادىء محددة لكل الأنساق؟ وإذا كان هذا التحديد غير ممكن، فأى الأنساق صادق وأيها كاذب؟ وما شروط إقامة النسق الصحيح؟ بحث الرياضيون فى وضع أسس النسق الاستنباطى، ووصلوا إلى الموقف التالى: لا تسل عن صدق واقعى لمبادىء أو مصادرات أو نظريات، وإنما خذ نقطة بدايتك من أية تعريفات ومبادىء، ثم استنتج منها نظريات بحيث يكون الاستنتاج استنباطا صوريا محكما دقيقا، حينئذ يكون النسق صحيحا، فإذا جاء فى النسق فجوة منطقية أو عيب استنباطى فالنسق إذن فاسد. وقد وضع الرياضيون الشروط التى يجب توافرها فى أى نسق استنباطى، نوجزها فيما يلى: (١) أن نضع منذ البدء بطريق صريح واضح قائمة بالحدود اللا معرفة التى يمكننا بفضلها تعريف قائمة من حدود أخرى، وأن نبتعد بهذه التعريفات عن المعانى المألوفة للألفاظ فى الواقع. (٣) أن نضع قائمة (القضايا الأولية) التى نبدأ بها بلا برهان، لا لأنها واضحة بذاتها، فقد لا تكون كذلك، وإنما لأنها تنطوى على علاقات منطقية بحتة بين حدودها، ولا أثر فيها لبداهة حسية أو تطبيق واقعى ونلاحظ هنا أنه قد بطل التمييز القديم بين المبدأ والمصادرة، وأصبح كلاهما قضية أولية نأخذها بلا برهان ونبدأ منها البراهين، كما أصبحا فى مرتبة واحدة من

---

(٥) قارن : الفصل الأول، الفقرة ٤جـ . وأيضا:

S. F. Barker, Philosophy of Mathematics, Printice-Hall, Inc., N. J., 1964 pp. 21-2. وأيضا:

R. Blanche, Axiomatics, English trans. By G. B. Keene, London, 1962, pp. 5-10.

الوضوح أو البساطة أو التصديق. (٣) أن نستنبط نظريات من تلك المقدمات الأولية استنباطا صوريا محكما لا أثر فيه لرسوم وأشكال أو لفكرة المكان. كان مورتز باش M. Pasch أول من قاد هذه الحركة عام ١٨٨٢[١] - حركة الأكسيوماتيك أو وضع أسس النسق الاستنباطي في الهندسة، وقد تطورت الحركة على أيدي كثيرين وأضافوا إلى العناصر السابقة شروطا يجب توافرها في قائمة القضايا الأولية وهي الاتساق consistency والتمام completeness والاستقلال independence ولقد استطاع الرياضيون حينئذ إعادة صياغة الهندسة الإقليدية في ضوء هذه العناصر والشروط بحيث تتسق الصياغة الجديدة مع نسق إقليدس ونظرياته دون أخطاء أو فجوات، وبذلك تصبح نسقا استنباطيا صحيحا، مثلها في ذلك كمثل الأنساق اللا إقليدية الصحيحة[٢].

٤٤- علم الحساب والنسق الاستنباطي:

أ- قبل ظهور الهندسات اللا إقليدية كان قد نشأ علم التحليل analysis وحين تطورت تطور معها. ويشمل التحليل فروع الرياضيات التي تخلصت من الخطوط والأشكال وتصورات المكان بحيث تصاغ صياغة عددية جبرية بحتة، ومن ثم يشمل التحليل علوم الجبر والهندسة التحليلية والتفاضل والتكامل إلى جانب علم الحساب، ويستبعد الأنساق الهندسية التي لا يمكن تناولها في صورة جبرية. لقد تطور علم التحليل تطورا ملحوظا منذ أوائل القرن التاسع عشر. يكفينا الحديث هنا عن مظهرين من مظاهره، هما ظهور أنواع جديدة من الأعداد، واكتشاف الدالات المنفصلة. كلنا يعرف

---

[١] محمد ثابت الفندي: المرجع السابق ص ٦٧-٧٠.

[٢] Blanché, op. Cit., p. 33 وأيضا:

Kneale. Op. Cit., p. 384.

الأعداد الطبيعية natural numbers وهى الصفر ، ١، ٢، ٣ إلخ، ولكن اكتشف الرياضيون أنواعا جديدة من الأعداد منها العدد المنطوق rational numbers مثل $\frac{+2}{+1}$، والعدد الأصم .irrational n مثل $\sqrt{2}$ والعدد المركب أو الخيالى complex or .imaginary n مثل $\sqrt{-1}$. ولقد عرف الفيثاغوريون العدد الأصم ولكنهم عجزوا عن تحديد قيمته تحديدا عدديا دقيقا، كما عرف ديكارت العدد الخيالى، وسماه ليبنتز، الكم المستحيل، لأنه رأى استحالة الوصول إلى جذره التربيعى.وانتبه رياضيو القرن التاسع عشر إلى وجوب تعريف هذه الأعداد، وقضوا فيها وقتا وجهدا وبذلوا محاولات متتابعة، ومن بينهم ديديكند Dedekind (١٨٣١-١٩١٦) وكانتور Catnor .G (١٨٤٥ – ١٩١٨) وفريجة وبيانو.

ب- لقد كان من المألوف حتي بداية القرن الماضى أن كل الدالات متصلة والدالة function مصطلح من وضع ليبنتز، وقصد بها المنحنى الهندسى geometrical curve الذى يعبر عن علاقات (متصلة) متتابعة بين كمين متغيرين هما (الإحداثيان) Co ordinates فإذا أخذنا شيئين محددين مثل حرارة الغاز والضغط الواقع عليه فإن العلاقة التى تنشأ من تغير أحدهما عند تغير الآخر ترسم خطا منحنيا.تسمى هذه العلاقة دالة وهى متصلة اتصال الخط المنحنى الهندسى بحيث تكون للدالة قيمة معينة فى كل نقطة من نقط المنحنى[٨]. وبدأ التحليل مرتبطا بالهندسة والاتصال المكانى. ولكن بتوصل كوشى Cauchy إلى اكتشاف دالات منفصلة discontinuons f، تولد الشك فى المكان الهندسي، ومن ثم الشك فى أحد أسس التحليل، وتبع كوشى رياضيون آخرون اكتشفوا أفكارا رياضية أدت

---

[٨] محمد ثابت الفندى: المرجع السابق ص ٩١-٢.

إلى نبذ فكرة الحدس المكانى[٩]. اكتشف الرياضيون حينئذ أن التحليل قد فقد مصدر يقينه وهو المكان المتصل، فاضطروا إلى البحث عن مصدر آخر لليقين لقد تأكد هذا الموقف – وهو أن المكان لم يعد أساسا ليقين العلم الرياضى – بعد ظهور الهندسات اللا إقليدية وتطورها، ذلك التطور الذى انطوى على نبذ فكرة المكان والرسوم.

حـ – أدى الموقف السابق إلى ظهور حركة يمكن تسميتها (تحسيب التحليل)[١٠] أو تحويل التحليل إلى حساب Arithmetisation of Analysis والمقصود بها التماس يقين التحليل فى يقين علم الحساب، لكن علم الحساب كان وقتئذ مشغولا بمشكلات أنواع الأعداد التى ظهرت فيه، ومن ثم تلزم محاولة تعريف تلك الأنواع من الأعداد وذلك بردها إلى الأعداد الطبيعية ولقد جدت الآن مشكلة جديدة هى استحالة القيام بهذا الرد دون إقامة علم الحساب نسقا استنباطيا له من حدوده الأولية وتعريفاته ومصادراته ونظرياته المستنبطة، وهو ما لم يتم بعد؛ ولذا كانت الخطوة الواجب القيام بها قبل تحويل التحليل إلى حساب هى إقامة الحساب نسقا استنباطيا. ولقد قدم فريجة وبيانو – كل منهما مستقلا عن الآخر فى أول الأمر – محاولتين لنسق استنباطى للحساب، وحاول رياضيون آخرون تعريف الأعداد المنطوقة والصماء والخيالية وردها إلى الأعداد الطبيعية، ومنهم ديد كند وكانتور وفريجة. ونشأ عن الحركة السابقة اتجاه آخر فى فلسفة الرياضيات هو الاتجاه اللوجستيقى logistic ويعنى رد التصورات الأساسية لعلم الحساب – تعريف الأعداد

---

[٩] المرجع السابق ص ٩٢-٣.

[١٠] العبارة العربية من وضع الدكتور ثابت الفندى.

والعمليات الحسابية المختلفة – ومن وراء الحساب فروع الرياضيات جميعا إلى تصورات منطقية بحتة، ومن أصحاب هذا الاتجاه الرياضيون السابق ذكرهم، وطوره فيما بعد رسل وايتهد.

د- قصدنا من الإشارات الموجزة السابقة فى تطور الرياضيات، إلى بيان أن تطور المنطق الرمزى بعد بول، جاء نتيجة تطور الرياضيات لقد أريد للهندسة أن تكون نسقا استنباطيا، وأريد للحساب أن يكون كذلك وأريد رد التصورات الأساسية للرياضيات إلى تصورات منطقية خالصة ولكى نرد الحساب إلى المنطق، يلزم أن نشتق قضايا الحساب الأساسية من قضايا منطقية خالصة، ولتحقيق ذلك يلزم صياغة القضايا الأساسية فى المنطق صياغة صورية رمزية تبلغ حدا بعيدا، ويستلزم أداء هذا العمل بحثا جديدا فى القضية وتركيبها، وطريقة كتابتها فى صورة رمزية خالصة، وحصر أنواعها، وبحثا فى الإستنباط ووضع مبادئه وقوانينه، وبحثا فى الأسماء والتصورات والعلاقات، ومن هنا نشأ منطق بيانو وفريجة.

الفصل التاسع

بيانو والمنطق الرمزى

٤٥- مقدمة:

أ - جيوسيب بيانو Peano giuseppe (١٨٥٨ - ١٩٣٢) أعظم الرياضيين الإيطاليين فى أواخر القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين؛ كانت الرياضيات موضوع اهتمامه الأساسى وحاول صياغة نظريات الهندسة الإقليدية بعد أن وضع لها نسقا من اللا معرفات والتعريفات والمصادرات بحيث أصبحت نظريات إقليدس استنباطا محكما لا فجوة فيه، وهى محاولة مختلفة عن محاولات كل من باش وبادوا Padoa وهلبرت Hilbert لإعادة صياغة نفس الهندسة. وحاول أيضا جعل علم الحساب نسقا استنباطيا بوضع ثلاثة أفكار لا معرفة وخمسة مصادرات[1] نستطيع بفضلها تعريف الأعداد الطبيعية وصياغة قضايا الحساب التى تحويها؛ وقام بنصيب ملحوظ فى حركة الاتجاه اللوجستيقى - بمعنى رد التصورات الأولية لعلم الحساب إلى تصورات منطقية خالصة. وقدم بيانو وأتباعه - وأبرزهم بادوا وفايلاتى Vailati

---

(1) انظر: Kneale, The Development of Logic, pp. 373-7.

وأيضا: محمد ثابت الفندى: فلسفة الرياضة: ص ١٢٠-١٢١.

- هذه المحاولات الكبيرة فى كتب عديدة أهمها: ١) عرض منهج جديد لمبادئ الحساب Arithmetices Principia Nova Methodo Exposita (١٨٨٩)، وضع فيه أسس علم الحساب. (٢) والمصطلح الرمزى للمنطق الرياضى Notations de Logique Mathematique (١٨٩٤) ووضع فيه أيضًا الرياضيات فى لغة رمزية خالصة[٢] (٣) تدوين الصيغ الرياضية Formulaire de Mathèmatiques، فى خمسة أجزاء فيما بين أعوام (١٨٩٥ - ١٩٠٨)؛ وليست هذه أجزاء بالمعنى المألوف وإنما كانت طبعات متعددة متتابعة لكتاب واحد، كل طبعة تالية فيها تعديل وتطوير للصورة التى أتى عليها نفس الكتاب فى طبعته السابقة، وقد طور بيانو فيه موضوعات الكتابين السابقين، مضيفا إليها مصطلحه الرمزى وهو اختراعه الفذ.

ب- شارك بيانو فى إقامة المنطق الرمزى كما شارك فى أبحاث الرياضيات لكن كانت مشاركته فى المنطق عرضية، بمعنى أنه دخل إلى المنطق من باب الرياضة: حين كان يشرح طبيعة البرهان الرياضى وتعريفه للأعداد فكان يصطنع استدلالات لها طابعها المنطقى الخالص، ومن ثم وصل إلى أفكار وقوانين منطقية جديدة أصبحت فيما بعد جزءا من نظريات المنطق الرمزى وشارك بيانو فى إقامة نظرية حساب القضايا أو نظرية الاستنباط، وأدرك أهمية فكرة الصنف ودرس

---

[٢] يبدو أن بيانو أول من استخدم عبارة (المنطق الرياضى) وكان يعنى بها البحث فى رد الرياضيات إلى المنطق. انظر: **P.H. Nidditch, the Development of Mathematical Logic, London, 1962, pp. 73-77.**

خصائصه وأنواعه أكثر مما وصل إليه بول وبيرس وشرويدر، وأعطى تعريف الصنف الفارغ كما ميز بين عضوية الفرد فى صنف واحتواء صنف آخر، وهو أمر لم يفطن إليه السابقون وتوصل أيضا إلى فكرة دالة القضية Propositional Function ودرسها لإمكان اشتقاق الرياضيات من مبادىء منطقية، وقدم أفكارا جديدة فى نظرية حساب دالات القضايا _ أو حساب المحمول) وحاول بيانو صياغة كل هذه الأفكار والقوانين السابقة فى صورة رمزية خالصة خالية من أى أثر لاستخدام لغة الحديث، ومن ثم قدم مصطلحا رمزيا يحوى رموزا لمتغيرات الحدود والأصناف والقضايا ورموزا للثوابت؛ يضاف إلى ذلك كله وضع المنطق فى نسق استنباطى بوضع قائمة لحدوده اللا معرفة وتعريفاته ومقدماته الأولية.

حـ – ونحن نريد أن نحقق – بقدر ما لدينا من وقائع – ما إذا كان بيانو قد توصل إلى المواقف المنطقية السابق ذكرها قبل فريجة أم أنه أخذها عنه. إن السبب الذى من أجله نثير هذا التساؤل هو أن رسل حين اتصل ببيانو لأول مرة عام ١٩٠٠[٣]، سجل أنه تعلم من بيانو كثيرا من النقط المنطقية السابقة، وقال رسل ذلك وقتئذ لأنه لم يكن قد عرف فريجة بعد، فلما عرفه عام ١٩٠١ أعلن أن النقط التى استفادها من بيانو كانت مألوفة من قبل لفريجة. نحن نريد الآن تحقيق مدى اتصال بيانو بفريجة ولذلك نضع أمامنا الوقائع الآتية:

(١) كانت الرياضيات موضوع اهتمام بيانو الرئيسى، أما أفكاره المنطقية فقد جاءت عرضاً إذ كانت وليدة اتجاهه اللوجستيقى، بينما اهتم فريجة بالمنطق اهتماما خاصا كاهتمامه بالرياضيات تماما، إذ درس فريجة المنطق التقليدى دراسة عميقة

---

[٣] تجد تفصيل اتصال رسل ببيانو وفريجة فى الفصل الثالث عشر – الفقرة ٦٥.

كما درس ما وصل إليه بول وكان يتجه نحو إقامة منطق أكثر شمولا مما ذهب إليه بول ومدرسته، وتلك دراسة لم تتح لبيانو.

(٢) نشر فريجه أول أعماله المنطقية عام ١٨٧٩، بينما نشر بيانو أول أعماله الرياضية التى بها أفكار منطقية عام ١٨٨٩.

(٣) عرف فريجة بيانو وأعماله وقتا ما قبل عام ١٨٩٥، حيث نجد إشارة فريجة إلى بيانو فى سياق نقده لمنطق شرويدر[٤].

(٤) عرف بيانو فريجة وأعماله وقتا ما بعد عام ١٨٩٥، ذلك لأنه عدل من مصادراته لنسق الحساب فى الطبعة الثانية لكتاب تدوين الصيغ الرياضية بعد اطلاعه على نسق فريجة الحسابى الذى دونه فى كتابه أسس علم الحساب Die Grundlagen der Arithmetik ونشره عام ١٨٨٤[٥] ونلاحظ أن بيانو قدم فى طبعة تالية لكتابه السابق ذكره آنفا مصطلحه الرمزى المبسط باللغة اللاتينية ولعله ابتكره كتبسيط للمصطلح الرمزى المعقد الذى أقامه فريجة فى كتابه التصورات: لغة صورية للفكر الخالص تحاكى لغة علم الحساب فى عام ١٨٧٩.

يمكننا من الملاحظات السابقة استنتاج ما يلى. كان فريجة وبيانو يعملان فى الرياضة والمنطق، كل منهما مستقلا عن الآخر، أول الأمر؛ وأن الاتصال بينهما بدأ عام ١٨٩٥ تقريبا؛ حينئذ استطاع بيانو تعديل بعض أفكاره فى نسق الحساب وفق

---

(٤) انظر مقال: Acritical Elucidation of Some Points in E. Schroedesr's Vorlesungen uber Die Algebra Der Logik، ونشر المقال بالألمانية فى Archiv für Sy tematische Philosophie, vol 1, 1895. وتجد المقال مع مقالات أخر وأجزاء من كتب فريجة مترجمة إلى الإنجليزية نشرت بعنوان:
Translations from the Philosophical Writings of G. Frege, by Geach and Black, Oxford, 2nd ed. 1960.

(٥) جعل بيانو أول مصادرات الحساب أن الصفر عدد. وكان جعلها من قبل أن الواحد الصحيح عدد.
انظر: Kneala, op. Cit., p. 47

أفكار فريجة، كما استطاع تبسيط بعض أفكار فريجة المنطقية؛ وقد يكون فريجة قد لاحظ أن بيانو قد اكتشف بعض ما اكتشفه هو من قبل وهنا جاءت إشارات كل منهما إلى الآخر في كتاباته، من قبيل اشتراكهما في الوصول إلى أفكار معينة، وانتمائهما إلى اتجاه واحد.

٤٦- المصطلح الرمزي:

(المصطلح الرمزي) notation هو صياغة القضايا وقواعد الاستنباط والقوانين المنطقية في لغة رمزية لا أثر فيها لكلمات لغة الحديث، ونجد أول مصطلح رمزي للمنطق عند فريجة[٦]، استعان فيه بحروف الهجاء اليونانية وبخطوط أفقية ورأسية وأقواس – وهو مصطلح صعب الطبع كما أنه صعب على القارىء متابعة فهم دلالاته بسهولة وبعكس هذا نجد مصطلحا رمزيا آخر للمنطق عند بيانو، جذب صاحبي البرنكبيا فيما بعد لبساطته فاصطنعاه في نسقهما المنطقي والرياضي ونجد صورا أخرى مختلفة للمصطلح الرمزي عند هلبرت ولوكاشيفتش وآخرين ويعنينا هنا مصلح بيانو. حين يشرح نظرية الاستنباط أو حساب القضايا يعطي الرموز p ,q ,r، S، إلخ ليعبر كل منها عن القضية ككل دون تمييز حدودها. (سوف نعطي هنا الحرف العربي ق ترجمة للحرف p، والحرف ل ترجمة للحرف q، والحرف م ترجمة للحرف r) وعرف بيانو (القضية المركبة) – وهي نقطة البداية في نظرية حساب القضايا، والتي قطع الرواقيون فيها شوطا متواضعا – وهي القضية المؤلفة من قضيتين أو أكثر ترتبطان بأحد (الثوابت المنطقية)، وتلك فكرة أساسية أخرى في النظرية السابقة،

---

[٦] نعم صاغ ليبنتز وبول وبيرس نظرياتهم في الأصناف والعلاقات صياغة رمزية في كثير من مواضعها، وجاء شرويدر وتوج أعمالهم باصطناع مصطلح رمزي كبير تناول فيه النظريات السابقة مطورة، لكن

أضافها بيانو إلى ما بدأه الرواقيون يعد بيانو - ومن قبله فريجة - أول من وضع للثوابت رموزا، رمز إلى السلب بالعلامة ~، وإلى الربط بالعلامة (·)، وإلى الفصل بالعلامة (V)، وإلى التضمن بالعلامة (⊃)، وإلى التكافؤ بالعلامة(≡). (سنبقى هذه العلامات برسومها هذه فى العربية) وحين يشرح بيانو نظرية الأصناف، يجعل الحروف الأولى a, b, c إلخ رموزا لأصناف (وسنحيلها هنا بالحروف الأولى من العربية أ، ب، حـ على التوالى) ويرمز إلى العضو فى صنف بالحروف الأخيرة x, y, z (وسنحيلها هنا أيضا إلى الحروف الأخيرة من العربية هـ ، و، ى) ويرمز بيانو إلى عضوية الفرد فى صنف بالعلامة (ε) وإلى احتواء الصنف فى آخر بالعلامة (⊂) وهو نفس رمز التضمن. رمز بيانو للدالة بالرمز (F) وإلى دالة القضية بالرمز (x) F، وإلى السور الكلى universal quantifier بالرمز (x)، وإلى القضية الكلية بالرمز (x) F (x) وإلى السور الوجودى existential quantifier بالرمز (x ∃) وإلى القضية الوجودية بالرمز (∃ x)F (x).[٢]

٤٧- النسق الاستنباطى:

أ- أراد بيانو للمنطق الرمزى أن يكون نسقا استنباطيا على نموذج الهندسة والحساب؛ أى وضع منذ البدء طائفة الحدود اللا معرفة والتعريفات والمصادرات، بحيث تصبح النظريات المنطقية استنباطا محكما من تلك البدايات وساهم بيانو - كما قلنا - فى وضع مبادىء نظريات حساب القضايا وحساب الدالات وحساب الأصناف، لكنه لم يساهم فى وضع أسس نظرية حساب العلاقات؛ وسوف نعرف من

لكن قوام هذه المصطلحات جميعا رموزا جبرية خالصة؛ أما مصطلحات فريجة وبيانو فقد خلت من رموز الأعداد والعمليات الحسابية.

[٢] قارن: Kneale, op, cit., p. 521. وأيضا: Nidditch, op. Cit., p. 75.

بعد أن فريجة وأصحاب البرنكبيا يجعلون لكل نظرية من النظريات السابقة نسقها الاستنباطي، لكن بيانو وضع نسقا واحدا يطبقه على النظريات التى شارك فى بنائها، وفيما يلي إشارة إلى نسقه.

ب- الأفكار الأولية primitive notions: صنف، حد، تعريف، سلب، عضوية الفرد فى صنف، والتضمن الصورى وتقرير قضيتين معا. هذه الأفكار نأخذها بلا تعريف، ونبدأ بها لوضوحها؛ هى واضحة لا لأنها فطرية أو قبلية، وإنما لبساطتها وأنه يمكن استخدامها فى تعريف أفكار أخرى حين نريد التعليق على فكرتين فقط، ونبدأ بعضوية الفرد فى صنف. لقد ميز بيانو بين عضوية الفرد فى صنف واحتواء الصنف فى آخر؛ إنه التمييز بين (سقراط إنسان) و(كل إنسان فان). من الواضح أن هذا التمييز مرتبط بالتمييز بين القضية الشخصية singular والقضية الكلية أو العامة، ولكى نوضح قيمة هذا التمييز الذى أعطاه بيانو- ومن ورائه المناطقة الرمزيون المعاصرون - أهمية كبرى، يحسن الرجوع بالوراء قليلا.

حـ - لقد رأى أرسطو - ومن ورائه المنطق التقليدى - أن القضية الشخصية والكلية من صورة منطقية واحدة، ومن الشواهد على ذلك ما يلى: (١) كان أرسطو يعتبر القضية الشخصية كما لو كانت قضية كلية إذا دخلت مقدمة فى قياس. (٢) تنطوى القضية الكلية على تقرير وجودى لأفراد موضوعها أى أن الحد العام يدل على وجود واقعى كما أن اسم العلم يشير إلى شىء جزئى فى الواقع، ذلك لأن أرسطو كان قد وصل إلى صياغة نظريته الواقعية فى المعنى بحيث يكون بمقتضاها

للكليات والمعانى العامة قوام واقعى، وإن كان واقعا غير محسوس[٨]. (٣) موضوع القضية الشخصية مستغرق كموضوع القضية الكلية، ذلك لأننا ننظر إلى (سقراط) فى القضية (سقراط فان) مثلا على أنه حد يسند المحمول كله إليه كجزء لا إلى جزء منه، واسم العلم لا يجرى عليه التجزىء[٩].

د- بالرغم من أن أرسطو والتقليديين لم يميزوا بوضوح كما أنهم لم يميزوا تمييزًا حاسمًا بين القضية الشخصية والقضية الكلية، فإنا نجد عند أرسطو والتقليديين نقطا أخرى توحى بإدراكهم لذلك التمييز، نشير إلى بعضها فيما يلى. (١) يمكن سلب الحد العام بينما لا يوجد سلب لاسم العلم: (لا أبيض) قد يكون له معنى، بينما (لا سقراط) لا معنى له لأنه ليس اسما لأحد. (٢) للقضية الكلية عكس، بينما القضية الشخصية لا تعكس: تعكس الكلية الموجبة إلى جزئية موجبة، كما تعكس السالبة إلى كلية سالبة، بينما لا عكس للقضية الشخصية، ذلك لأن اسم العلم لا يكون محمولا فى قضية. نعم يمكن لاسم العلم أن يتخذ مكان المحمول مثلما نقول أن (فيلسوف العدالة هو سقراط)، لكن حينئذ لا تؤدى (سقراط) وظيفة المحمول بل لا تزال موضوع الحمل. (٣) لقد ميز أرسطو فى المقولات بين نوعين من الجوهر، الجوهر بالمعنى الأولى in the Primary sense، وهو الفرد individual، والجوهر بالمعنى الثانوى in the secondary sense وهو الأجناس والأنواع، ويعنى أرسطو بذلك أن موضوع القضية الشخصية موضوع حمل حقيقى؛ بينما موضوع القضية

---

(٨) انظر: W. D. Ross, Aristotle, London, 5th ed. 1949, p. 158.
وأيضا: Kneale, op. Cit., pp. 60 –1.

(٩) انظر: D. Mitchell, An Introduction to Logic, pp. 43-4.

الكلية موضوع حمل بالعرض(١٠). وحين رفض أرسطو في الميتافيزيقا أن الأجناس والأنواع جواهر – في سياق هجومه على نظرية المثل الأفلاطونية – ظل على رأيه في أن الشيء الجزئي هو الموضع الحقيقي للحمل؛ وقد أكد ذلك حين ميز في سياق آخر في كتاب التحليلات الأولى بين الحمل الطبيعي natural predication والحمل المتكلف un natural p. وقد استخدم القضية الآتية لتوضيح هذا التمييز. تعبر القضية (قطعة من خشب بيضاء) a log is white عن حمل طبيعي حيث أننا نسند صفة البياض إلى شيء جزئي بينما تعبر القضية (الأبيض قطعة من خشب) the whit is a log عن حمل متكلف لأننا نعني أن شيئا ما تصادف أنه أبيض، أي أن أبيض شيء حملنا عليه أنه قطعة خشب، حيث ليس من الطبيعي أن نحمل جوهرا على صفة(١١). (٤) لا يستخدم اسم العلم كحد أوسط في قياس إلا في الشكل الثالث، لكنا حينئذ لا نستخدمه استخدامًا حملياً، بمعنى أنه لا يقوم بوظيفة التعدي: حين نقول سقراط فيلسوف، سقراط مصلح للشباب، إذن بعض الفلاسفة مصلحون، فإن (سقراط) لم تقم بوظيفة الربط بين الحدين الأصغر والأكبر ربطاً كاملاً، مثلما تقوم "فان" مثلا بوظيفة الربط الكامل في القياس "كل إنسان فان". كل "فان" مركب، إذن "كل إنسان" مركب. تلك نقط منطقية نجدها هنا وهناك في المنطق الأرسطي، توحي بإدراك أرسطو بالتمييز الحاسم بين القضية الشخصية والكلية، لكنه لم يفعل. وقد يكون بيانو ممن أدرك كل هذه التمييزات أو بعضها، وقد لا يكون؛ لكن لبيانو

---

(10) Categories, 2 a 11 –13.

(11) An. Pr. 83a 5- 14. ؛ قارن أيضا:
Ross, op. Cit., p. 166.

فضل كبير فى التمييز بينهما؛ إن ذلك التميز هو أساس التمييز بين عضوية الفرد فى صنف واحتواء صنف فى آخر.

هـ- التضمن: أدرك بيانو أن التضمن علاقة منطقية أساسية وربطه بصياغة القضية الشرطية المتصلة، كما فعل الميغاريون والرواقيون وبيرس من قبل؛ وربط بيانو أيضا – كما فعل بيرس من قبل – بين التضمن فى مجال القضايا والاحتواء فى مجال الأصناف؛ مثل على التضمن فى نظره: (إذا كان هـ إنسانا فهو إذن فان) ذلك مثل على ما سوف يسميه رسل (التضمن الصورى)formal implication ليميزه عن التضمن المادى .material im ومثال له هو (إذا كان أ حينئذ ب) (المتغيرات هنا رموز إلى قضايا). لم يميز بيانو بين هذين النوعين من التضمن، ورأى كل تضمن صوريا.

و- التعريفات:

يقدم بيانو تعريفات أربعة: (١) إذا كان "أ" رمزاً إلى صنف: "هـ، و" رمزين إلى أعضاء فى ينتميان إلى أصناف، فان "هـ، و" أ) تعنى أن ("هـ" عضو فى "أ" وأن "و" عضو فى "أ"). (٢) إذا كان "أ" و "ب" رموزاً لأصناف فإن (كل "أ" هو "ب") تعنى أن ("هـ" هو "أ" تتضمن أن "هـ" هو "ب"). (٣) إذا كان "أ" و "ب" رموزا لأصناف، فإن الضرب المنطقى بينهما يتألف من عدد الأفراد التى تكون أعضاء من الصنفين "أ" ، "ب" معا، أو أعضاء فى الصنف "أ ب". (٤) الصنف الفارغ هو الصنف المحتوى فى كل صنف.

يستعين التعريف الأول بفكرة عضوية الفرد فى صنف ويوضح نفس هذه الفكرة، أما التعريف الثانى فإنه يستعين بفكرة التضمن (الصورى) ونلاحظ أن بيانو

توصل من فكرتي عضوية الفرد في صنف والتضمن الصوري إلى أن التعبير الصحيح في القضية الكلية الموجبة هو صياغتها على نحو ينطوي على التضمن الصوري، وقد توصل بيرس وفريجة إلى النقطة الأخيرة من قبل لكن كان ثلاثتهم يعملون باستقلال أحدهم عن الآخرين[١٢] ويستعين بيانو في ثالث تعريفاته - وهو الضرب المنطقي - بفكرة لا معرفة هي تقرير قضيتين في وقت معا simultaneous affirmation of two propositions، وتعني أنه إذا كان "هـ" عضوا في الصنف "أ" وعضوا في الصنف "ب"، فإنه يمكن تقرير أن "هـ" عضو في الصنف "أ ب". رابع تعريفات بيانو ثورة على منطق بيرس وشرويدر لأن هذين يفهمان الصنف فهمًا ما صدقيا فقط، ومن ثم حين اعترافا بالصنف الفارغ لم يستطيعا أعطاءه تعريفا واضحا طبقا للنظرية الماصدقية؛ لقد أعطى بيانو تعريفه الواضح لأنه نظر إلى الصنف نظرة مزدوجة: من جهة المفهوم ومن جهة الماصدق.

ز- القضايا الأولية:

القضايا الأولية primitive propositions قضايا نقبلها بلا برهان، ونستخدمها لاستنباط قضايا أخرى منها، وقد وضع بيانو خمسة قضايا أولية يمكن أن نستنبط منها كل قوانين المنطق الأكثر تعقيدا، ونذكرها فيما يلي:

(١) "كل صنف محتوى في ذاته" very class is contained in itself

يكافيء هذا المبدأ في حساب الأصناف - عند بيانو - م.ا.ا في حساب القضايا وهو (كل قضية تتضمن ذاتها) very proposition implies itself وكلاهما تعبير عن قانون الهوية.

---

(١٢) قارن الفقرات: ٣٧، ٥٣ م.

(٢) " الضرب المنطقى بين صنفين جديد".

(٣) إذا كان أ، ب رمزين إلى صنفين فإن الضرب المنطقى بينهما – ما نعبر عنه بالرمز أ ب – محتوى فى الصنف أ ومحتوى فى الصنف ب أيضا، ويكافىء هذا المبدأ مبدأ آخر فى حساب القضايا، وهو أن أى تقرير عن صنف من القضايا يتضمن تقريرا عن أى قضية من هذا الصنف، وصيغة هذا المبدأ الأخير: ق. ل ⊃ق ($p.q \supset p$)؛

ق. ل ⊃م ($p.q \supset q$)؛

(٤) صورتان متميزتان للقياس: (أ) (إذا كان أ ، ب، حـ أصنافا وأن "أ" محتوى فى "ب"، هـ عضو فى "أ"، فإن "هـ" عضو فى "ب").

(ب) "إذا كان أ، ب، حـ أصنافا وإذا كان أ محتوى فى ب، ب محتوى فى حـ، فإن أ محتوى فى حـ". لقد ميز بيانو بين صورتين متميزتين من الضرب الأول من الشكل الأول للقياس التقليدى – مما لم يكن ملحوظا من قبل – إذ تحوى الصورة الأولى قضية شخصية كمقدمة، بينما كل قضايا الصورة الثانية كليات، وقد قام هذا التمييز على التمييز الحاسم بين القضية الشخصية والقضية الكلية. نلاحظ أن الصورة (ب) من القضية الأولية (٤) تنطوى على علاقتى التضمن والتعدى، وقد رأى بيانو أنها أساس لكل استنباط ونلاحظ أيضا أن بيانو نظر فى الصورة (أ) من نفس القضية الأولية فى طبعاته التالية لكتابه المذكور، فوجد أنه يمكن – فى حساب القضايا – أن تتخذ الصورة الآتية:

[ق ⊃ (ل ⊃ م)] ⊃ [(ق.ل) ⊃ م].

$[p \supset (q \supset r)] \supset [(p.q) \supset r]$؛ وقد علق رسل على الصيغة الأخيرة بقوله أنها صادقة دائما حتما لكن لا يمكن اشتقاقها من صورة الضرب الأول من الشكل حين تكون المقدمة الصغرى شخصية[١٣].

٤٨- خاتمة:

(١) يذكر لبيانو أربعة مواقف رئيسة ساهم بها في إقامة المنطق الرمزي: (١) ابتكار مصطلح رمزي فذّ في سهولته وبساطته ووضوحه نافس به المصطلحات الرمزية الأخرى التي قام بها مناطقة آخرون معاصرون له مثل فريجة، وقد جذب مصطلحه الرمزي أصحاب البرنكيبيا فاصطنعوه في نسقهم المنطقي، وقد تميز حذا المصطلح أيضا باحتوائه على حروف لغوية تدل على الأصناف (أو الحدود العامة) وأفراد الأصناف (أسماء الأعلام) والقضايا، وعلامات أخرى ترمز إلى الثوابت المنطقية، ولقد خلا هذا المصطلح من رموز الجبر وعلامات الأعداد، ومن ثم يعتبر مصطلحه تطورا لمصطلحات أصحاب جبر المنطق.

(٢) قدم إضافات منطقية هامة نضرب هنا أمثلة منها: ميز بين اسم العلم والحد العام تمييزا حاسما، وبالتالي بين القضية الشخصية والكلية؛ ميز بين عضوية الفرد في صنف واحتواء الصنف في آخر؛ ميز بين الصنف ذي العضو الواحد وذلك الصنف، وذلك يعني أنه أعطى تعريفا للصنف من جهة المفهوم ومن جهة الما صدق؛ ومن ثم تعتبر هذه التمييزات تطورا أو تصحيحا لمواقف أهل جبر المنطق.

---

(١٣) اعتمدنا في بيان خطوات النسق الاستنباطي وصيغه عند بيانو على الفقرات التي خصصها رسل في مبادىء الرياضيات لتلخيص منطق بيانو اعترافا بفضله؛ انظر:

B. Russell, The Principles of Mathematics, London, 2nd ed., 1937, pp. 26-36.

(٣) شارك فى إقامة مبادىء ثلاثة نظريات فى المنطق الرمزى هى: حساب القضايا وحساب دالات القضايا وحساب الأصناف، لكنه لم يهتم اهتماماً كافيا بوضع مبادىء نظرية حساب العلاقات وقدم بعض الأفكار الرئيسية فى نظرية حساب القضايا، فوضع القضايا المركبة - والقضايا الشرطية المتصلة بوجه خاص - والثوابت المنطقية وبعض قوانين هذا الحساب فى صيغ رمزية خالصة لم تكن معروفة عند الرواقيين أو بيرس. وقد توصل بيانو إلى أفكار دالة القضية والسور الكلى برمزية خالصة. أما فى حساب الأصناف فقد خلص هذه النظرية من رموز الجبر وعلامات الأعداد، كما خلصها من بعض الأخطاء المنطقية التى ارتكبها أصحاب جبر المنطق السابقون عليه والمعاصرون له كما قلنا؛ وقد وضح أيضا أفكار الصنف الفارغ وعضوية الفرد فى صنف وزاد بعض الأفكار السابقة فى جبر المنطق توضيحًا.

(٤) وضع بيانو النظريات المنطقية السابقة فى نسق استنباطى رمزى خالص بادئا بقائمة اللا معرفات والتعريفات والمصادرات وفق مصطلحه الرمزى ونلاحظ أن الموقفين الأول والثانى مما ذكرنا أصبحا جزءا لا يتجزأ من المنطق الرمزى فيما بعد، لكن بالرغم من أهمية ما أضاف من أفكار ومبادئ فى النظريات الثلاث المشار إليها، فإنه لم يضعها بكل عناصرها وفى صورة كاملة، وسوف يقوم فريجة بهذا العمل الكبير ويطوره أصحاب البرنكيبيا.

الفصل العاشر

منطق فريجة (١)

القضايا والدالات

٤٩- مقدمة :

أ- فردريك جوتلوب فريجة F. G. Frege (١٨٤٨ - ١٩٢٥) من أكبر الرياضيين الألمان فى أواخر القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين. كان أستاذ الرياضيات فى جامعة يينا jena فيما بين ١٨٧٩ و ١٩١٨. شارك فى حركة (تحسب التحليل) أى تحويل التحليل إلى حساب، وفى (الاتجاه اللوجستيقى) أى رد التصورات الرياضية الأساسية إلى تصورات منطقية خالصة، وله جهوده الكبيرة فى تعريفه للأعداد الصماء الواقعية والأعداد المركبة تعريفا منطقيا بحتا؛ وله نظريات فى طبيعة العدد وطبيعة القضية الرياضية محددا موقفه من نظريات كنط ومل والرياضيين المعاصرين له[1]. وكان فريجة يعلم أنه قد سبقه غيره من الرياضيين إلى الاستعانة بتصورات منطقية فى تحديد التصورات الرياضية وتعريف بعض أنواع الأعداد مثل ديدكند (١٨٣١ - ١٩١٦) وكانتور (١٨٤٥ - ١٩١٨)، لكنه أدرك أنه لكى يكون العمل اللوجستيقى محكما يلزم أن يكون المنطق ذاته نسقا استنباطيا محكما، وهذا لم

---

(١) تجد تفصيلا لهذه المواقف فى: Kneale, The Development of Logic pp. 435-8, 443-67.

يقدمه السابقون عليه على نحو مكتمل؛ ولكى يؤدى فريجة هذا العمل الجديد كان يلزمه مراجعة المنطق التقليدى كله وأعمال ليبنتز وبول المنطقية والإرشاد إلى أخطائها وتوجيهها وجهة جديدة، وذلك ما لم يقم به أحد من قبله فكان لفريجة تحليلاته الجديدة للقضية: ما هى وأنواعها، وعناصر كل منها، ووظيفة كل عنصر، ثم صياغته لقوانين الاستنباط.

ب- لقد دون فريجة أعماله فى كتب ومقالات عدة نذكر أهمها: (١) كتابه التصورات: لغة صورية للفكر الخالص تحاكى لغة علم الحساب ,begriffsschrift eine der Arithmetishen nachgebildete formels prache des reinen Denkens (١٨٧٩)، وضع فيه أسس منطقه الجديد ومحاولة لإقامة اتجاهه اللوجستيقى[٢]. (٢) أسس علم الحساب die grundlagen der Arithmetik (١٨٨٤)[٣]، وهو محاولة متطورة للاتجاه اللوجستيقى مع نقد مواقف معينة فى طبيعة العدد. (٣) القوانين الأساسية لعلم الحساب Die Grundgesetze der Arithmetik فى جزئين نشر الأول عام ١٨٩٣ والثانى ١٩٠٣ وفى الفترة ما بين إخراج هذين الجزئين شعر أن لديه أفكار منطقية أصلية لم يحتويها كتابه الأول، فنشرها فى مقالات ثلاث: (٤) الدالة والتصورات uber funktion und Begriff

---

[٢] عنوان هذا الكتاب مضلل من وجهين: (١) يوحى بأنه بحث فى منطق التصورات، بالرغم من أنه بحث فى كل نظريات المنطق، (ب) يوحى بأنه بحث يرد المنطق إلى الحساب، بالرغم من أنه بحث يرد الحساب إلى المنطق.

[٣] لهذا الكتاب ترجمة إنجليزية قام بها Austin بعنوان **The Foundations of Arithmetic**.

(١٨٩١)، (٥) التصورات والموضوع uber Begriff und gegenstand (١٨٩٢)، (٦) المعنى والإشارة uber Sinn und Bedeutung (١٨٩٢)[٤].

حـ- قد تبدو نظرة بول إلى المنطق معارضة لنظرة فريجة من حيث أن الأولى تجعل المنطق فرعا من الجبر وأن الثانية ترد الحساب إلى المنطق، لكن التعارض ليس حقيقيا، لم ينكر فريجة على بول ما قدمه للمنطق، وإنما أراد أن يخطو بالمنطق خطوات نحو الصورية والإحكام أكثر مما أتى عليه بول؛ أضف إلى ذلك أن بول لم يتناول إلا نظرية واحدة هى نظرية الأصناف، بينما يجعل فريجة هذه النظرية جزءا من كل، يشمل منطقا للقضايا والدالات والعلاقات أيضا وقد يقال أن بيرس وشرويدر بحثا فى بعض ما قدمه فريجة مثل رد بعض الأفكار الرياضية إلى أفكار منطقية، وفكرة الأسوار quantifiers، والقضية الوجودية، وبعض مبادىء الاستنباط فى القضايا؛ لكن يجب ألا ننسى أن أبحاثهما هذه كانت محصورة فى نطاق منطق الأصناف والعلاقات فقط، بينما كان منطق فريجة شاملاً، بالإضافة إلى إشارته إلى كثير من الأخطاء المنطقية التى وقع فيها بيرس وشرويدر؛ ومن ثم يمثل فريجة بحق الحلقة العظمى الثالثة من سلسلة تطوير المنطق الرمزى، ولا عجب إذا وجدنا كواين Quine أحد كبار المناطقة المعاصرين - يجعل عام ١٨٧٩ حدا فاصلا بين منطق قديم ومنطق جديد كان عام نشر فريجة كتابه التصورات[٥].

---

[٤] هنالك ترجمة إنجليزية للباب الأول من كتابة التصورات ومقالات (الدالة والتصوير). (التصورات والموضوع)، (المعنى والإشارة) ومقالات أخرى، وصدر بعنوان:

Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege, by M. Blak and Peter Geach, Oxford, 2nd ed., 1960.

فى إشاراتنا المقبلة لهذا الكتاب سنذكر كلمة **Translations** متبوعة بعنوان الكتاب أو المقالة المترجمة، وصفحة الكتاب المترجم.

[5] W. V. O. Quine. Methods of Logic. London 1952. Preface vii.

د- بالرغم من أن فريجة كان عميقا أصيلا فـى أفكـاره المنطقيـة فإنـه لم يجذب انتباه المناطقة إليه، ذلك لأن لغته الرمزية كانت صعبة الفهم ولقد كان بيانو أول من عرفه بعد خمس عشرة سنة من بعد أن كتب فريجة كتابه المنطقي الأول، حينئذ استفاد بيانو من منطقه وفلسفته الرياضية، كما حاول ابتكار مصطلحه الرمزى للمنطق بحيث استطاع قراء فريجة أن يفهموه إذا ما استخدموا لغة بيانو وأن أول من كشف عن عبقرية فريجة بتفصيل كبير لم يكن بيانو وإنما رسل حين عرفه عام ١٩٠١، وكان بيانو هو الذى أرشده إليه عام ١٩٠٠[٦].

٥٠- أخطاء القضية الحملية:

سنجمل منطق فريجه فى ثلاثة موضوعات رئيسة: القضية والدالة ، المنطق كنسق استنباطى، المعنى والإشارة؛ سوف نوجز موضوع القضية والدالة على النحو التالى: لقد اكتشف فريجة بعض الأخطاء فى تصور المنطق التقليدى للقضية الحملية، كما أشار إلى النقطة المنطقية التى قبلها من المنطق التقليدى فى تلك القضية، ودعمها دعما جديدا، حين عرض ما فى تصور ذلك المنطق فى القضية الحملية من حسنات وعيوب ورأى أن لديه ما يقوله من صور أخرى من القضية غير القضية الحملية مثل قضية الهوية والقضية الوجودية، بل وجد لديه تعريفا جديدا للقضية المنطقية وتركيبها وحين فعل فريجة ذلك، لم يكن يريد أن يصلح المنطق التقليدى وإنما أراد الثورة عليه، إذ أراد الاستغناء عن لغة الموضوع والمحمول واصطناع لغة الدالة والحجة لكننا سنبدأ بالإشارة إلى الأخطاء التى رأى فريجة أن التقليديين وقعوا فيها فى أثناء تناولهم للقضية الحملية.

---

[٦] نجد تفصيل صلة رسل بفريجة وبيانو فى الفقرة ٦٥ب، حـــ.

أ- بينما يرى المنطق التقليدى أن الحكم فى القضية الحملية موجه إلى الموضوع، يرى فريجة أن الحكم موجه إلى الموضوع والمحمول دون تمييز، مثلما نحول معنى قضية ما من حالة البناء للمعلوم إلى البناء للمجهول. خذ القضيتين: (الإغريق هزموا الفرس)، (الفرس هزموا بواسطة الإغريق)، قد يتجه الحكم هنا إلى الإغريق مستندين إلى هزيمتهم للفرس، كما يتجه نفس الحكم إلى الفرس مسندين إليهم هزيمتهم أمام الإغريق. يمكننا أن نجعل الحد الذى يبدأ به قائل القضية أو كاتبها هو موضوع الحكم، حيث يريد توجيه الانتباه إليه، لكن ذلك أمر ذاتى لا قيمة له فى لغة رمزية، ومن ثم رأى فريجة أن التمييز الحاسم بين ما هو موضوع وما هو محمول ليس ضروريا للتفكير فى الحكم، وأنه يمكننا إصدار حكم دون أن نسند محمولا معينا إلى موضوع معين(٧).

ب- بينما يرى التقليديون أن القضية الحملية تتضمن حكما أو تقريرا بشيء، يميز فريجة بين عنصرين فى القضية: محتوى content وتقرير assertion، ويميز بعبارة أخرى بين الحمل والتقرير، إذ يمكننا إسناد محمول إلى موضوع دون أن نلتزم بتقرير صدق أو كذب؛ فى القضية إذا كان القمر شديد البرودة فحياة الإنسان عليه مستحيلة، إذا أخذنا مقدم تلك القضية أو تاليها وحده، يكون لدينا حمل لا تقرير، أى نكون قد أعلنا فكرة أو مجموعة أفكار دون أن نقرر شيئا(٨).

حـ- رأى فريجة أن السور فى القضية الحملية جزء من المحمول، وليس مستقلا عنه كما ظن التقليديون. المحمول فى القضية (كل فيلسوف عالم بالمنطق) ليس عبارة (عالم بالمنطق) وإنما (كل ......عالم بالمنطق)، إن المحمول فى

---

(7) Translation, Begriff, p. 3
(8) Ibid., pp. 1-2, 64n.

القضايا (كل مصرى يتقن العربية) ، (كل مصرى لا يتقن العربية) هو (كل ...... يتقن العربية)، (كل ...... لا يتقن العربية)[٩].

د- يرى التقليديون أن القضية السالبة لا تصدر حكما جديدا بقدر ما تسلب حكما موجبا، ومن ثم رأوا وظيفة السلب إنكارا لحكم ما، بينما يرى فريجة أن القضية السالبة حكم مستقل بذاته يحمل معنى مستقلا ويمكننا رفضه كالقضية الموجبة تماما. ولو كان السلب عدما لما أمكننا إنكاره، إذا أننا ننكر دائما حكما قائما ويوضح فريجة هذا التمييز بمثالين: إذا لم يكن المتهم فى برلين وقت ارتكاب الجريمة لم يكن هو المجرم؛ إذا كان المتهم فى روما وقت ارتكاب الجريمة لم يكن هو المجرم؛ لكن المتهم كان فى روما وقت ارتكاب الجريمة؛ إذن لم يكن هو المجرم. رأى فريجة أن هذين القياسين الشرطيين المتصلين من صورة منطقية واحدة بالرغم من أن المقدمة الكبرى فى الأول تنطوى على سلب وفى الثانى تنطوى على إيجاب. ومن جهة أخرى، رأى فريجه أن لا اختلاف بين القضية الموجبة والسالبة من حيث الصورة المنطقية وإنما فى محتوى حكم كل منهما فقط؛ فقد رأى فريجة صعوبة فى تمييز القضية الموجبة من السالبة. خذ أمثلة: (النبى معصوم)، (النبى لبس معصوما)، (النبى معرض للخطأ). نعم نعتبر محتوى القضية سالبا إذا حوت القضية أداة السلب لكن من الممكن أن يكون محتوى القضية سالبا دون استخدام أداة سلب[١٠]؛ فإذا كنا فى سياق الاعتراض على عصمة النبى، كانت القضية (النبى معصوم) سالبة فى

---

(9) Ibid., Negation, pp. 127, 131. انظر أيضا P. Geach, Reference and Genarality, N. Y., 1962, p. 58.

(10) Translations, Negation, pp. 124-5.

محتواها، وإذا كنا فى سياق الاعتقاد بعصمة النبى كانت القضية (النبى معرض للخطأ) سالبة.

هـ- ليس التمييز بين القضية الكلية والجزئية عند فريجة تمييزا بين صورتين منطقيتين مختلفتين وإنما تمييزا بين محتوى الحكم فيهما. فى القضيتين (كل إنسان ذكى)، (بعض الناس أذكياء)، لا نقول هذا حكم جزئى وذاك حكم كلى: كلاهما حكم ويقوم الخلاف بينهما في محتوى الحكم فقط سواء وصف الناس كلهم بالذكاء أو وصف بعضهم فقط، لكن صورة الحكم واحدة وهى الصورة الحملية[11].

٥١- اسم العلم والمحمول:

أ- بالرغم من اكتشاف فريجة بعض الأخطاء فى تصور المنطق التقليدى للقضية الحملية فقد اتفق مع ذلك المنطق فى نقطة أساسية وهى أن اسم العلم إذا دخل فى قضية حملية يكون موضوعا دائما ولا يكون محمولا، وهو ما أسماه أرسطو (الجوهر بالمعنى الأولي).[12] ورأى فريجة أن اسم العلم لا يؤدى وظيفة المحمول، وأن المحمول لن يكون موضوعا لحمل بالمعنى الدقيق حيث يقول فريجة: (...إن التصور (كما أفهم الكلمة) يقوم بوظيفة المحمول، أما اسم شىء ما - اسم العلم - فإنه عاجز تماما عن استخدامه كمحمول ويبدو أن ذلك يحتاج لتوضيح وإلا كان [التمييز] باطلا[13]. حين وضح فريجة هذه النقطة توصل إلى تحليلات جديدة لأنواع أخرى من القضية، إذ اكتشف التمييز الحاسم بين القضية الشخصية والكلية، وأن

---

(11) Translations, Begriff, pp. 4-5.

(12) قارن الفقرة ٤٦ د.

(13) Translations, Conceptand Object, p. 43.

الأولى حملية بالمعنى الدقيق وأن الثانية ليست حملية[14]؛ واكتشف أيضا نوعين من القضايا لا يوصفان بأنهما حمليتان هما قضية الهوية والقضية الوجودية لقد توصل فريجة بعبارة أخرى إلى أن القضايا الكلية والهوية والوجودية ليست قضايا حملية على الإطلاق.

ب- لقد أقام فريجة التمييزات الآتية بين اسم العلم والمحمول: (١) الوظيفة الأساسية لاسم العلم هي إشارته إلى شيء فردى معين ويسميه (موضوعا) object [15]، بينما رأى أن الوظيفة الأساسية للمحمول أن يدل على تصور concept، والتصور هو المعنى العام الذى يندرج تحته أشياء فردية متعددة والخاصة الأساسية لاسم العلم أنه لفظ يؤدى معنى تاما مستقلا دون حاجة إلى لفظ آخر يتمم معناه؛ (سقراط) اسم علم يعطى معنى تاما مستقلا ، ومعناه هو من يمكن أن نتحدث عن شخصيته وأفكاره إذا كنت تعرف الفلسفة الإغريقية؛ أما الخاصة الأساسية للمحمول فهى أنه لا يمكنك استخدامه بمفرده وإنما يحتاج إلى اسم علم ليعطيه معناه؛ (إنسان) لفظ دلالته فى ذاته ناقصة ويحتاج إلى اسم علم ليتمم معناه، ومن ثم

---

(١٤) وجدنا هذا التمييز عند بيانو، لكننا نلاحظ أن فريجة كان أسبق منه إلى إعلانه التمييز، لأنه نادى به فى مقال نشر عام ١٨٩٢، بينما أشار بيانو إليه فى **Notations de Logique Mathematique** الذى نشر عام ١٨٩٤. انظر: **Translations, p. 44n., p. 94n.**

(١٥) يستخدم فريجة كلمة (موضوع) **object** لتدل على أشياء عدة: الموجود الفردى الجزئى المحدد، العدد، قيمة الصدق، المكان، الفترة الزمنية إلخ، ويرتبط توضيح رأيه فى هذه النقطة بفلسفة الرياضيات حيث يرى أن الأعداد مثلا ليست مجرد رموز من صنع الإنسان وإنما هى أشياء لها موضوعيتها واستقلالها عن الإنسان، وأن على الإنسان أن يكشفها وسوف نتجاهل هنا الموقف الواقعى بالمعنى الأسكولائى لفريجة فى العدد وقيمة الصدق إلخ ونهتم هنا فقط بالموضوع كشىء يشير إليه اسم العلم؛ وسنترجم **object** بعبارة (شىء جزئى فردى) لا (موضوع) حتى لا تختلط الكلمة بالموضوع كعنصر فى القضية الحملية. انظر.

Translations, Sense and Reference, p. 61.

لا يقوم الاسم – حيث يسمى شيئا فرديا واحدا – بوظيفة الحمل أى الدلالة على معنى عام، كما أن المحمول لا يقوم بوظيفة الاسم – حيث أنه ليس اسما لشيء فردى واحد[16].

(٢) الكلمات الدالة على السور فى القضية مثل (كل)، (بعض)، (لا)......إلخ لا معنى لها إذا ارتبطت باسم العلم، لكن لها معنى إذا ارتبطت بالمحمول. (كل سقراط)، أو (بعض سقراط) عبارات لا معنى لها لأن اسم العلم لا يجرى عليه التبعيض، (لا سقراط) ليس اسم علم لأن اسم العلم لا يسلب، بينما يكون للكلمات الدالة على السور معنى إذا ارتبطت بالمحمول: (ليس سقراط عالما فيزيقيا) تعبير ذو معنى[17]

٥٢– قضية الهوية:

أ– وجد فريجة فى التمييز بين القضية الشخصية singular proposition وقضية الهوية .identity p[18] أساسا للتمييز الحاسم بين اسم العلم والمحمول. نقول عن (الإسكندر قائد عظيم) أو (الزهرة كوكب) أنها قضية شخصية؛ نقول عن (الإسكندر مؤسس مدينة الإسكندرية)، أو (الزهرة هى النجم الصباحى) أنها قضية هوية: إن القضية الشخصية نوع مألوف عند التقليديين، وكانوا ينظرون إليها على أنها من نفس الصورة المنطقية للقضية الكلية، لكن يرجع الفضل إلى فريجة فى أنه أول من أعلن التمييز الحاسم بين القضية الشخصية والكلية فى العصر الحديث، وأن

---

(16) Geach, Reference and Generality, pp. 178-9.

(١٧) قارن: Translations, Concept and Object, p. 48.

(١٨) لم يستخدم فريجة عبارات (قضية شخصية) و(قضية هوية) وإنما تحدث عن الجملة يندرج فيها شيء تحت تصور ليعنى القضية الشخصية، وعن القضية التى تحوى اسمى علم بينهما علاقة مساواة ليعنى قضية الهوية. أما تعبيرات (قضية شخصية) و(قضية هوية) فقد شاعت عند بيانو ثم رسل انظر: Translations, p. 44.

الأولى قضية حملية بالمعنى الدقيق، وأن الكلية ليست حملية على الإطلاق[19]. ونلاحظ أن قضية الهوية صورة جديدة من القضايا لم يتناولها التقليديون، وقد أثبت فريجة بتحليله أنها ليست قضية حملية.

ب- يبدو أن فريجة يعطى معيارين ليميز بهما القضية الشخصية من قضية الهوية: (١) تدل الرابطة فى القضية الشخصية على الحمل، بينما تدل فى الثانية على المساواة equality أو الهوية identity. (٢) لا يمكن تغيير مواضع عنصرى القضية الشخصية دون أن تصبح بلا معنى. بينما يمكن تغيير مواضع عنصرى قضية الهوية دون إخلال بالمعنى. إن المعيار الثانى أكثر المعيارين أهمية. خذ القضية (الإسكندر قائد عظيم)، الإسكندر اسم علم وهو موضوع حمل، (قائد عظيم محمول يدل على تصور أو معنى عام تندرج تحته الشخصية المقدونية كما تندرج تحته غيرها من القادة. أما العبارة (قائد عظيم هو الإسكندر) فإنها ليست قضية حملية على الإطلاق بل تعتبر صيغة رديئة لقضية ما لأن الإسكندر اسم علم يشير إلى شخص فرد ولا يمكن أن يؤدى وظيفة المحمول إذ أن المحمول يدل على معنى عام ولا يسمى فردا؛ (قائد عظيم) ليس موضوع حمل لأنه ليس اسما ولا يمكن أن يؤدى وظيفة الموضوع. نعم يمكنك أن تعنى بالعبارة (القائد العظيم هو الإسكندر) أن الإسكندر يوصف بأنه أعظم القادة، لكن حينئذ تصبح الصيغة متكلفة لقضية حملية وليست طبيعية، إذ أن الحمل الطبيعى ما ينطوى على أن يكون موضوع الحمل سابقا على المحمول. نرى مما سبق أن القضية الشخصية تصبح بلا معنى إذا غيرنا مواضع

---

[19] ميز بطرس راموس Peter Ramus من نقاد المنطق الأرسطى فى القرن السادس عشر بين القياس الذى مقدمته الصغرى ونتيجته قضايا شخصية، والقياس الذى مقدمتاه ونتيجته قضايا كلية؛ انظر:
A. N. Prior, Fomal Logic, Oxford, 2nd ed., 1962, p. 160.

الموضوع والمحمول لأن اسم العلم لا يؤدى وظيفة المحمول وأن المحمول لن يكون موضوع حمل.

حـ- ننتقل إلى قضية الهوية فى القضية (الإسكندر مؤسس الإسكندرية) ليس لدينا محمولا ولا موضوع حمل وإنما لدينا اسما علم. فمن الواضح أن (الإسكندر) اسم علم وينظر فريجة إلى مؤسس الإسكندرية، على أنها اسم علم ما دامت تشير إلى فرد واحد معين دون غيره، وأن الرابطة بين حدى قضية الهوية تعبر عن مساواة أو هوية، ومن ثم يمكن تغيير مواضع الحدين ويظل الحكم هو هو، أن القضية (مؤسس الإسكندرية هو الإسكندر) تصدر نفس الحكم الذى تصدره القضية الأصلية[٢٠]

د-تحليله لقضايا الهوية، وصل إلى نقطة جديدة فى التمييز بين اسم العلم والمحمول وأعلن أنه بالرغم من أن اسم العلم لا يمكن أن يكون محمولا فى قضية، فإنه لا يمكن أن يكون جزءا من محمول. خذ قضية الهوية (الزهرة هى النجم الصباحى)؛ رأينا أن القضية (النجم الصباحى هو الزهرة) تساوى القضية الأولى فى المعنى وتعبر عن نفس الحكم، لكنا نجد الآن أن القضية (النجم الصباحى ليس إلا الزهرة) تساوى فى معناها القضيتين السابقتين ونلاحظ أن المحمول فى القضية الأخيرة ليس (الزهرة)، وإنما (ليس إلا الزهرة)، وأن هذه العبارة الأخيرة لم تعد اسما لكوكب وإنما تعبير يدل على تصور وإن كان لا يندرج تحته إلا شىء واحد وهو كوكب الزهرة، ومن ثم تصبح القضية (النجم الصباحى ليس إلا الزهرة) قضية حملية

---

(٢٠) Translations, Concept and Object, p. 44. سوف نرى فيما بعد أن رسل يميز تميزا منطقيا حاسما بين عنصرى (قضية الهوية) فى (النظرية الوصفية).

أو شخصية موضوعها (النجم الصباحى) وهو اسم يشير إلى الزهرة وأن محمولها هو التصور السابق الإشارة إليه[٢١].

٥٣- القضية الكلية والجزئية والتسوير:

أ- حين ميز فريجة بين اسم العلم والمحمول، أقام تمييزا حاسما بين القضية الشخصية والقضية الكلية، وأعلن أنهما صورتان منطقيتان مختلفتان للقضية، وأن الأولى هى القضية الحملية بالمعنى الدقيق، وأن الثانية ليست حملية على الإطلاق، ذلك لأن موضوع القضية الكلية حد عام يدل على تصور ومن ثم يؤدى وظيفة المحمول بالرغم من أنه يتخذ مكان الموضوع وينبغى أن ننظر إلى القضية الكلية على أنها شرطية متصلة، لا حملية؛ إن التعبير الصحيح عن الصيغة (كل أ هو ب) يكون (إذا كان يوجد شىء ما مما نحمل عليه الخاصة أ يلزم أن نحمل عليه الخاصة ب)؛ ومن ثم فالقراءة الصحيحة للقضية (كل الحيوانات الثديية حيوانات فقرية) هى (إذا كان هـ حيوانا ثدييا فإن هـ حيوان فقرى) (هـ متغير يرمز إلى شىء فردى فى الواقع)[٢٢] ونلاحظ أن فريجة ذكر هذه النقطة بوضوح تام فى مقال نشر عام ١٨٩٢، لكننا نجد أنه وصل إليها بطريق غير مباشر فى سياق تحليله المستفيض لفكرة الشرط conditionality عام ١٨٧٩ [٢٣] فحين وصل فريجة إلى أن القضية الكلية إنما هى فى الحقيقة شرطية متصلة، أدرك أنه لا يتحتم أن تنطوى على تقرير وجودى existential import لأفراد موضوعها كما لا تنطوى القضية (كل إنسان فان) بالضرورة على تقرير وجود الناس فى الواقع، وإنما تقرر فقط أنه إذا كان يوجد

---

(21) Translations, Concept and Object, p. 44.
(22) Ibid., p. 47.
(23) Ibid., Begriff, pp. 5-7, 20.

شيء ما مما يوصف بالإنسانية فيلزم أن يوصف أيضا بالفناء ووصل فريجة من جهة أخرى إلى أن القضية الجزئية تتضمن تقريرا وجوديا واقعيا لأفراد موضوعها[٢٤] ونلاحظ أن ليبنتز وبول قد أدركا هذه النقطة لكن الأول لم يصدق نفسه لمعارضتها لأرسطو وأن الثاني لم يدرك أهميتها الثورية على المنطق التقليدى[٢٥].

ب- حين بحث فريجة في القضايا الكلية والجزئية، تناول السور quantifier بالتحليل؛ إذا أعطى المعنى السابق لكلمة (كل)، أى أنها لا تنطوى على تقرير وجودى لأفراد موضوع القضية التى يرد فيها، وأعطى معنى (بعض) لتعنى (شيء واحد على الأقل)، وتنطوى على تقرير واقعي لأفراد موضوعها. السور عند فريجة نوعان: سور كلى universal quantifier (وهذا التعبير من اصطناع بيرس) ويعبر عنه فريجة بالعمومية generality، وسور جزئى أو وجودى existential quantifier؛ ولقد وضع فريجة لكل من النوعين رمزا خاصا سنشير إليه فيما بعد، بل وانطلق من هذه الرموز إلى إقامة نظرية منطقية جديدة هى نظرية التسوير quantification theory أو نظرية حساب دالات القضايا functional calculus ويعتبر فريجة بحق مؤسس هذه النظرية[٢٦] ولقد سبق لبيرس أن تناول الأسوار ووضع لها رموزا، لكنه كان مهتما فيها بتطوير منطق العلاقات فقط، بينما استخدم فريجة تحليله للأسوار لإقامة مبادىء النظرية المشار إليها، وهى نظرية غريبة على بيرس تماما.

(24) Kneale, The Development of Logic, p. 485.

(٢٥) انظر الفقرات ٢١أ، ٢٨ب.

(26) Quine, op. Cit., p. 166.

٥٤- القضية الوجودية:

أ- لقد قدم فريجة تمييزا آخر بين اسم العلم والمحمول، حين حلل نوعا آخر من القضايا ونعنى به القضايا الوجودية existential propositions. القضية الوجودية هى ما يكون موضوعها حدا عاما دالا على تصور، ومحمولها حدا دالا على وجود، مثلما نقول (الناس موجودون) أو (الجياد المجنحة موجودة)، وقد أعلن فريجة أن القضية الوجودية إذا كان موضوعها اسم علم فلا معنى لها ولا دلالة فإن القضية (قيصر موجود) ليست صادقة ولا كاذبة وإنما بلا معنى senseless لأننا حين نحمل الوجود على شخص معين نأخذ الوجود بمعنى تقرير وجود واقعى محسوس لذلك الشخص، لكن ما دامت الوظيفة الأساسية لاسم العلم هى أنه يسمى شيئا معينا فى الواقع ومن ثم يتضمن استخدامنا له وجود مسماه فعلا، فلا معنى إذن لإسناد وجود إليه. ومن جهة أخرى، حين نسند الوجود إلى حد عام فإننا لا نعنى إثبات وجود واقعى لأفراده وإنما نعنى أن هنالك معنى للتصور الذى يدل عليه استخدام هذا الحد العام، سواء له أمثلة فى الواقع أو ليست له أمثلة. خذ القضايا الآتية: (الحيوانات التى تمشى على رجلين موجودة)، (الحصن المجنحة موجودة) – تلك قضايا لا تقرر وجودا واقعيا لأفراد موضوعاتها، وإنما تنطوى على أن للموضوع معنى أو أنه يمكننا تصوره والتفكير فيه.

ب- ونلاحظ أن فريجة فى تحليله للقضية الوجودية لم يستخدم الصور اللفظية السابقة مثل: (..... موجود)، وإنما كان يستخدم عبارات مثل: (لا يوجد....)، (There is.....)؛ (يوجد شيء مما يكون ...) (..... Something is a)، (لا يوجد شيء مما يكون...) .... (there is such thing as). نقول مثلا (يوجد جذر

تربيعي واحد على الأقل للعدد٤)، أو (هنالك حيوانات تمشي على أربع)، لهذه القضايا دلالة بمعنى أن الوجود يحمل على أنواع من الأشياء، لكنه لا يحمل على أفراد. لاحظ أنه ليس بالقضية الوجودية موضوع: في التعبير (يوجد.......) فنجد أن ما بعده يكون محمولا، لكن (يوجد) هنا هي ذاتها محمولا، ومن ثم فرق فريجة بين محمول من الدرجة الأولى،ومحمول من الدرجة الثانية وكان يسند المحمول من الدرجة الأولى إلى أفراد، ويسند المحمول من الدرجة الثانية إلى محمولات من الدرجة الثانية وإلى محمولات من الدرجة الأولى فحين نقول (س فيلسوف) فإن (فيلسوف) محمول من الدرجة الأولى، ولكن حين نقول (يوجد فلاسفة) فإن (يوجد) محمول من الدرجة الثانية، أي أن صنف الفلاسفة يمكن التفكير فيهم أو الحديث عنهم[٢٧].

٥٥- الدالة:

أ- لم يبدأ فريجة بناءه المنطقي الضخم بالأفكار السابق ذكرها، وإنما كانت نقطة بدايته تطبيق فكرة الدالة function في الرياضيات على المنطق وحاول كتابة القضية المنطقية بلغة الدالة، وقد احتاج منه ذلك إلى دراسة جديدة لعناصر القضية وأنواع القضايا، ومن ثم كشف عن قضية الهوية والقضية الوجودية والقضية المركبة وأعطى تحليله الجديد للقضية الكلية والقضية الجزئية، وأراد وضع كل صورة من

---

(٢٧) انظر: Translations, Concept and Object, pp. 49-50.

وأيضا:

G. E. M. Anscombe and P. Geach, 3 Philosophers: Aristole, Aquinas, Frege. Oxford, 1961, pp. 137-8, 159.

P. Geach, ((What actually exists?) in The Aristotelin Society Proceedings, Supplementary Volume, XI II,1968, pp. 7-9.

هذه الصور فى لغة الدالة لكنه أدرك أنه بحاجة لدراسة الثوابت المنطقية التى تنطوى عليها القضية المركبة ومن ثم انطلق إلى وضع أسس منطق الاستنباط أى استنباط قضية من أخرى ووضع قواعد هذا الاستنباط، مما سوف يسمى فيما بعد (حساب القضايا) وأدرك ثانيا أنه بحاجة إلى دراسة جديدة للأسوار التى تنطوى عليها القضايا الكلية والجزئية والوجودية، ومن ثم انطلق إلى وضع أسس نظرية جديدة، سميت فيما بعد (حساب دالات القضايا) وأراد فريجة ثالثا كتابة كل هذه الأنواع من القضايا بعناصرها من حدود وثوابت وأسوار وقواعد استدلال القضايا بلغة الدالة وبذلك ارتفع بالمنطق فى صوريته إلى حد بعيد ولم يكتف فريجة بتقديم المنطق رمزيا صوريا خالصا، وإنما أراد له أن يكون نسقا استنباطيا له أفكاره اللا معرفة وتعريفاته ومصادراته التى يجب أن توضع صريحة منذ البدء. كان فريجة فى كل هذه التحليلات يرجع إلى المنطق التقليدى ينظر فى نظرياته بعين فاحصة ويضع يده على ما فيها من صواب فيدعمه دعما جديدا، وعلى ما بها من أخطاء فيشير إليه. وحين تعمق فى القضية الحملية التقليدية لم يكن يقصد إلى إصلاح المنطق التقليدى وإنما بتعمقه كان يهدف للاستغناء عنه كما أراد الاستغناء عن لغة الموضوع والمحمول بلغة الدالة ومن ثم يمكننا فهم قوله فى افتتاحية كتابه التصورات: (ليس للتمييز بين الموضوع والمحمول مكان فى طريقتي لتناول القضية)[٢٨] إن نظرية فريجة فى كتابة القضايا بلغة الدالات موضوع الفقرة التالية ونقدم لذلك بكلمة عن شرحه للدالة فى الرياضيات.

إن فكرة الدالة مأخوذة من علم التحليل[٢٩]، ويعرفها فريجة كما يلى:

---

[28] Translations, Begriff, p. 2.

[٢٩] قارن، الفقرة ٤٤ب.

(افرض أن لدينا رمزا بسيطا أو مركبا فى مكان واحد أو أكثر فى تعبير ما ... فإذا تخيلنا إمكان استبدال هذا الرمز بآخر (وأن يكون [الرمز الأخير] هو هو فى كل حالة نقوم فيها بعملية الاستبدال) فى مكان أو أكثر، فإن الجزء من التعبير الذى يظل باقيا فى حالة الاستبدال نسميه (دالة) والجزء الذى يمكن استبداله نسميه (حجة الدالة argument of the function)[30].

خذ التعبير الآتى: ٢س^{٢} + س؛ الدالة هى ما يبقى فى التعبير بعد استبعاد السينات أى "٢ ( )^{٢} + ( )" والحجة هى ما يوضع فى المكان الخالى. يمكن للحجة أن تكون غير محددة كما هو الحال فى المثال السابق، كما يمكن أن تكون الحجة محددة، وحينئذ تسمى الحجة المحددة (قيمة الدالة لحجة ما) the value of a function for an argument. مثال على الحجة المحددة للدالة السابقة: ٢(١)^{٢}+١=٣، ٢ (٤)^{٢} + ٤ =٣٦، فنقول أن العدد ٣ قيمة للدالة ٢س^{٢} + س للحجة ١، والعدد ٣٦ قيمة نفس الدالة للحجة ٤ وقد يكون لدينا دالة واحدة لتؤلف مع حجج مختلفة أعدادا مختلفة كالتعبير السابق، وقد يكون هنالك دالات مختلفة لتمثل قيمة واحدة مثل:

حـ- خذ الدالة س^{٢} وافرض أنى استبدلت بالمتغير س حججا مختلفة سوف أحصل على قيم مختلفة مثل: (-١)^{٢} =١، (١)^{٢} =١، (٢)^{٢} =١ نلاحظ أن الدالتين الأولى والثانية صادقتان، أما الدالة الثالثة فإن قيمتها كاذبة. يدخل فريجة هنا عبارة (قيمة صدق truth-value)، وهى الحكم على دالة ما بالصدق إن كانت صادقة، وبالكذب إن كانت كاذبة ومن ثم يقول أن (قيمة الدالة قيمة صدق). نقول عن

---

(30) **Translations, Begriff, p. 13.**

الدالـة (-١)^{٢} =١ أن قيمـة صدقـها الصـدق، وعـن الدالـة (٢)^{٢} =١ أن قيمـة صدقـها الكذب[٣٢].

د- وصـل فريجـة مـن تحديـده للدالـة فـى الرياضـة إلى أنـها (ناقصـة) incomplete أو (غير مشبعة) unsaturated، لأنها تحوى مكانا خاليا وتصبح تعبيرا تاما إذا ملأنا المكان الخالى بحجة محددة، وفى ذلك يقول فريجة: (أنـا مهتم ببيان أن الحجة لا تتعلق بالدالة وإنما ترتبط بها لتؤلف كلا واحدا لأن الدالة فى ذاتها يجب أن تكون ناقصة فى حاجة إلى إتمام، أو أنها غير مشبعة، ومن هـذه الجهـة تختلف الدالات اختلافا أساسيا عن الأعداد....)[٣٣]

٥٦- الدالة والقضية:

أ- فريجة أول من طبـق فكرة الدالة الرياضية فى المنطق[٣٤] ، إذ رأى أنه يمكننا النظر إلى القضية، لا على أنها مؤلفة من محمول وموضوع، وإنما من دالة وحجتها ولقد ربط فريجة بين المحمول والدالة فكيف تم له ذلك؟ لقد سبق له أن ربط الدالة بقيمة الصدق حين رأى أن بالدالة مكانا خاليا إذا ملأناه بحجة. يصبح للدالة قيمة صدق، ومن جهة أخرى ربط المحمول بقيمة الصدق لكنه لم يوضح بطريق مباشر وجه الربط ومن اليسير أن نجد تفسيرا لهذا الربط: إذا قلنا أن القضية

---

(32) Ibid., p. 28.

(33) Ibid., p. 24.

(٣٤) لقد وصل بيانو إلى فكرة تطبيق الدالة الرياضية فى المنطق لإمكان اشتقاق أصول الحساب من مبـادىء منطقية، مما سجله فى كتابه "المصطلح الرمزى للمنطق الرياضى" الذى نشر عام ١٨٩٤ بينما أدخـل فريجه هذا التطبيق منذ عام ١٨٧٩م دون أن يعرف بيانو ذلك إلا بعد خمسة عشـر عامـا، ومـن ثم لفريجة فضل السبق إلى هذه الفكرة. قارن:

D. Mitchell, Introduction to Logic, London, 2nd ed., 1962, p. 77.

تعبير يحتمل الصدق أو الكذب، فتجد أنت الصدق أو الكذب قائما في أن المحمول يسند إلى الموضوع إيجابا (صدقا) أو سلبا (كذبا) ومن ثم فالمحمول هو الذى يحدد صدق القضية أو كذبها، ولقد ربط فريجة إذن الدالة بقيمة الصدق كما ربط قيمة الصدق بالمحمول، ومن ثم ربط الدالة بالمحمول ولقد استطاع فريجة حينئذ أن يعرف القضية بأنها (دالة مكتملة) a completed functional expression[35] و يقصد بذلك أن القضية تتألف من جزءين : جزء تام فى ذاته وهو الموضوع أن كان اسم علم ونسميه الحجة ناقص وهو المحمول ونسميه الدالة. خذ مثالا: (عمرو فتح مصر): (.....فتح مصر) دالة، (عمرو) حجة، (......فتح مصر) وحدها تعبير ناقص فى حاجة إلى إتمام، ويتم حين نملأ الفراغ باسم، فإذا ملأنا الفراغ أمكننا الحديث عن قيمة صدق الدالة.

د- أدت هذه النظرة إلى القضية إلى رفض التمييز التقليدى بين الموضوع والمحمول فى القضية. لقد رأى التقليديون أن الحكم فى القضية الحملية منصب على الموضوع، ورأى فريجة أن الحكم منصب على الموضوع أو على المحمول بلا تمييز، ومن ثم يمكن النظر إلى أى من جزئى القضية على أنه موضوع أو محمول. خذ مثالا: فى القضية (بروتس قتل قيصر) يمكن اعتبار (..... قتل قيصر) دالة، و(بروتس) حجة، بحيث يمكن تغيير هذه الحجة باسم آخر مع بقاء نفس الدالة،كأن نقول مثلا (كايوس قتل قيصر)، وحينئذ نحكم على الدالة الأولى بالصدق، وعلى الدالة الثانية بالكذب ويمكننا اعتبار (بروتس قتل ....) دالة، و(قيصر) حجة فى القضية (بروتس قتل قيصر)، ويمكننا أن نحتفظ بالدالة الجديدة ونأتى بحجة مختلفة:

---

(35) G. E. M. Anscombe, An Introduetion to Wittgenstein's Tractatus, London, 1959, p. 103.

حين نقول أن (بروتس قتل ....) هي الدالة فإننا نعني إسناد ارتكاب بروتس جريمة القتل، وأن قيصر هو موضوع هذا الإسناد، أو الحجة. ولئن سألت فريجة: إذا جعلنا أي عنصري القضية دالة أو حجة بلا تمييز، فقد لا نعرف أيهما أسند إلى ماذا؟ يجيب فريجة إنه لا معنى لهذا السؤال، مثلما نقول عن التعبير (٢+٣) هل العدد ٢ هو الذي أضيف إلى العدد ٣ أم العدد ٣ هو الذي أضيف إلى العدد ٢[٣٦] ونلاحظ أخيرا أن هذه النظرة إلى القضية لا تتعارض مع تمييز فريجة الأساسي بين اسم العلم والمحمول، لأنه قال إنه بالرغم من أن الاسم لن يكون محمولا، فإنه يمكن أن يكون جزءا من المحمول وأضف إلى ذلك أنه لا زال للتمييز بين الموضوع والمحمول أهمية كبرى في صياغة القضية بلغة الدالة لأنه يجب التمييز بين القضية الشخصية والقضية الكلية.

---

[٣٦] انظر: Anscombe and Geach, 3 Philosophers ect. P. 151.

الفصل الحادى عشر

منطق فريجة (٢)

المنطق نسق استنباطى

٥٧- مقدمة:

لاحظنا فى ثنايا بحثنا أن محاولة إقامة المنطق علما رمزيا استنباطيا بالمعنى الدقيق قد أخذت مراحل عدة: فلقد استخدم أرسطو بعض الرموز فى منطقه، لكنه لم يضع عناصر كل قضاياه وكل قوانينه فى صورة رمزية، كما أن فكرة إقامة المنطق نسقا استنباطيا لم تنشأ فى ذهنه[1] ولقد نجح الرواقيون فى تطوير الرموز الأرسطية، كما قدموا باكورة الجهد فى إقامة المنطق نسقا استنباطيا. وحاول ليبنتز إقامة منطق للأصناف فى نسق استنباطى، لكنه لم يقطع شوطا كبيرا كما حاول بول إقامة منطق

---

[1] إذا أخذنا النسق الاستنباطى فى المنطق بمعنى أن نضع قائمة اللا معرفات والتعريفات والمصادرات وقواعد الاستدلال صريحة منذ البدء، ثم نقوم بعد ذلك باستنباط نظريات منطقية من تلك القوائم — جاز لنا أن نقول أنه لم يقم المنطق الأرسطى نسقا استنباطيا؛ نعم وضع أرسطو تعريفات وقضايا أولية وقواعد الاستدلال فى سياق عرض نظرياته لكنه لم يضعها صريحة منذ البدء قبل أداء البرهان على نظرياته. هذا لا يعنى أن ليس فى منطق أرسطو استنباط: لقد عرف بعض قواعد الاستنباط كما هو واضح فى قواعد التقابل والاستدلال المباشر والقياس التى أقرها، لكن يجب أن ندرك أن أرسطو حين وضع هذه القواعد كان مهتما فى نظرياته ببيان العلاقات المنطقية بين الحدود فى قضية أو فى قضايا، ولم يكن مهتما ببيان العلاقات المنطقية بين القضايا واستنباط بعضها من بعض؛ إن دراسة موضوع

رمزى استنباطى، لكن كانت محاولته محصورة بنظرية الأصناف، وكان فى ذلك تطوير لعمل ليبنتز؛ أضف إلى ذلك أن بول كان أكثر اهتماما فى نظريته المنطقية بتطبيق تصورات جبرية وتطويرها، من تحليل تصورات منطقية خالصة ويعتبر فريجة أول من أقام نظريات منطقية عديدة فى قالب رمزى بحت وفى صورة نسق استنباطى على نحو لم يسبقه إليه أحد، ولعل من الإنصاف إن نستدرك فنقول ان بيانو بذل جهدا فى إقامة نظريات المنطق الرمزى مستقلا عن فريجة أول الأمر، غير أن فريجة كان أسبق منه زمنًا فى تسجيلها وأغزر منه إنتاجا وأعمق تحليلا ونلاحظ أن فريجة وضع مبادئ نظريات المنطق الرمزى الأربعة (حساب القضايا وحساب الدالات وحساب الأصناف وحساب العلاقات) عام ١٨٧٩، وأنه لم يعرض نظرياته - الواحدة مستقلة عن الأخرى - على النحو الذى فعله أصحاب البرنكبيا فيما بعد، وإنما عرضها جميعا وكأنها أجزاء من نظرية واحدة ونلاحظ أخيرا أن فريجة قد اهتم بإقامة مبادئ حساب القضايا وحساب الدالات، وأنه نظر إلى حساب الأصناف وحساب العلاقات على أنهما أوثق بأصول الرياضيات منهما إلى المنطق. ولكى نفهم إضافات فريجة فى النظريتين الأولى والثانية، يلزم فهم مصطلحه الرمزى أولا:

٥٨- المصطلح الرمزى:

أ - المصطلح الرمزى الذى أقامه فريجة عسير الفهم والمتابعة إذ كان يستخدم حروف الهجاء اليونانية، وخطوطا أفقية ورأسية برسوم معينة ولكل رسم معنى، بحيث تطول الخطوط وتقصر، ولكل دلالته، كما تتخلل تلك الخطوط أقواس لها

العلاقات المنطقية بين القضايا واستنباط بعضها من بعض هو ما يسمى فى المنطق الرمزى نظرية الاستنباط أو حساب القضايا، وهى نظرية لم يقطع أرسطو فيها شوطا يذكر.

دلالات معينة أخرى.[٣] لقد قرأ بيانو ذلك المصطلح، ويبدو أنه اكتشف صعوبته، ولما كان قد لمس اشتراك فريجة معه في الاتجاه الرياضي والمنطقي، فقد ابتكر مصطلحه الرمزي الفذ، الأكثر سهولة ووضوحا، وآية عظمة هذا المصطلح أنه إذا زود به قارئ فريجة، عدت نظريات بيانو أساسا لفهمها ونلاحظ أيضا أن رسل حين عرف بيانو عام ١٩٠٠ وفريجة عام ١٩٠١ وقارن المصطلحين الرمزيين عندهما فضل مصطلح بيانو، واستخدمه أصحاب البرنكبيا فيما بعد؛ وسوف نشرح مصطلح فريجة الرمزي برموز بيانو فيما يلي:

ب- يجد قارئ كتاب "التصورات" لفريجة ستة أنواع من الرموز نشير إليها فيما يلي:

١- رموز للقضايا، يدل كل رمز على القضية ككل دون تمييز بين حدودها؛ والرموز هي p، q، r إلخ؛ سنعطي في العربية الرموز ق، ل، م على التوالي.

٢- رمز إلى محتوى Content القضية، ورمز آخر إلى تقريرها assertion.

٣- رموز للدالات وهي F، G، H؛ سنعطي في العربية الرموز د، ذ، ر على التوالي. رموز الحجج هي x، y، z، وسنعطي في العربية الرموز هـ، و، ى على التوالي. إذا أردنا الرمز إلى دالة وحجتها كتبنا "د (هـ)" F (x)، ونقرؤها: "هـ" له الخاصة "د"، أو أن "د" نحمله على "هـ" وإذا ارتبطت حجتان بدالة واحدة كتبنا "د (هـ، و)" F (x)، ونقرؤها: هـ، و الخاصة د، أو أن د نحمله على هـ ، و.

٤-رمز السور الكلي أو ما كان يسميه فريجة رمز (العمومية) generality هو "(هـ)"، ومن ثم فإن صيغة القضية الكلية الموجبة هي "(هـ)د (هـ)" (x) F (x)، ونقرؤها "بالنسبة إلى كل "هـ" فإن "هـ" له الخاصة د" ولم يعط فريجة رمزا للسور

---

[٣] انظر: Translations, Begriff, pp. 1 – 20. انظر أيضا:
Kneale, The Development of Logic, pp. 480 – 507.

الوجودى، لكنه عبر عنه بإضافة رمز السلب مرتين إلى رمز العمومية: أى أنه حين يكون لدينا قضية كلية موجبة، ونسلبها فإننا نعنى (يوجد شىء لا تصدق عليه الدالة المذكورة)، فإذا سلبنا هذه القضية الجزئية السالبة، فإننا نعنى (يوجد شىء تصدق عليه الدالة). لقد رمز بيانو إلى السور الوجودى بالرمز "($\exists$ x)"، وسوف يحيله إلى العربية بالرمز "(حـ هـ)"، ومن ثم فالصيغة "(حـ هـ) (د هـ)" ($\exists$ x) (F x) ونقرؤها: (يوجد شىء واحد على الأقل هـ مما تكون له الخاصة د).

٥- عرف فريجة القضايا المركبة ومن ثم عرف الثوابت المنطقية وعلى الأخص: السلب، الربط، الفصل، التضمن، المساواة equality، (أو ما سماه بيانو وأصحاب البرنكبيا التكافؤ equivalece، ووضع فريجة لكل ثابت رمزا.

٦-ميز فريجة بين عضوية الفرد فى صنف واحتواء الصنف فى آخر، ووضع لكل منهما رمزا[٣].

٥٩- النسق الاستنباطى:

أ- يعتبر فريجة أول من وضع المنطق فى نسق استنباطى على نحو لم يتوفر للسابقين. نعم سبق الرواقيون إلى محاولة أولية لوضع منطق القضايا المركبة فى نسق منذ زمن بعيد، وسبقه بول إلى وضع نظرية الأصناف فى نسق، لكن كانت أصول هذا النسق جبرية رياضية لا منطقية خالصة، وحاول بيرس وشرويدر وضع نظرية

---

(٣) انظر: translations, A Critical El eidation of some Points In E. Schroeder's Vorlesungen uber Dir Algebra Der Logik. P. 94 نشر هذا البحث عام ١٨٩٥ ويوحى النص هنا بأن فريجة وصل إلى التميز المشار إليه مستقلا عن بيانو، ومن ثم يعبر عن التميز بمصطلحه المعقد، ثم يردفه بالمصطلح المقابل له عند بيانو، الذى قد يكون رآه أبسط من مصطلحه. وقد يكون فريجة أخذا التميز عن بيانو ووضعه فى مصطلحه الرمزى الخاص به مضيفا إليه المصطلح البيانوى المقابل.

العلاقات فى نسق استنباطى على نموذج جبر الأصناف. لكن فريجة كان أول من وضع أصول نظرية حساب القضايا بكل عناصرها المتكاملة، ورأى أنها نظرية أساسية يمكن أن تقوم عليها نظرية الأصناف ونظرية العلاقات ونظرية دالات القضايا، ووضع مبادىء النظرية الأخيرة بكل عناصرها المتكاملة أيضا وأضف إلى ذلك أن فريجة هو أول من وضع تلك النظريات جميعا فى نسق منطقى استنباطى يقوم على تصورات منطقية بحتة متخلصا من أى رموز غير منطقية بحيث يبدأ المنطق عند فريجة كنسق استنباطى من أفكار أولية، فتعريفات، فمصادرات أو مبادىء، تستنبط منها نظريات، مستعينا بقواعد الاستدلال.

ب- الأفكار الأولية: يقدم فريجة فكرتين أوليتين نقبلهما بلا تعريف، نستخدمها فى تعريف أفكار أخرى ضرورية للنسق، فإذا أردنا البدء فى إقامة نسق منطقى استنباطى بقائمة من تعريفات، لابد أن نقدم أولا أفكارا لا معرفة، وإلا يكون التعريف مستحيلا، وتلك نقطة قديمة قدم أرسطو ولم ينظر فريجة إلى أفكاره الأولية على أنها فطرية أو قبلية وإنما نظر إليها فقط على أنها أكثر وضوحا وبساطة من غيرها، ومن ثم لها السبق المنطقى على غيرها من الأفكار؛ فكرتاه الأوليتان هما السلب negation والتضمن implication[٤]، وبالرغم من أنهما لا معرفتان – فى نسقه – فإنه يشرحهما. "القضية "أ" سالبة" تعنى أن "من الكذب أن نقول أ" A is not case[٥] ويشرح فريجة فكرة التضمن بأن يضع الاحتمالات الأربعة لصدق أو كذب المقدم والتالى فى القضية الشرطية المتصلة ويضعها فى الصيغة التالية:

---

[٤] انظر: Kneale, op. Cit., p. 526.؛ أيضا:

A. N. Prior, Formal Logic, P.13.

[5] Translations, Begriff, p. 7.

("أ" موجبة، ب موجبة. "أ" موجبة، "ب" سالبة؛

"أ" سالبة، "ب" موجبة. "أ" سالبة، "ب" سالبة).

ويشرح هذه الصيغة بقوله إن القضية الشرطية المتصلة تصدق إذا صدق المقدم والتالي، أو كذب المقدم وصدق التالي، أو كذب المقدم والتالي لكنها تكذب إذا صدق المقدم وكذب التالي ونقرر علاقة التضمن بين قضيتين إذا صدقت القضية الشرطية في الحالات السابق ذكرها، وننكر تلك العلاقة في الحالة الثانية، ومن ثم فالاحتمال الثاني مرفوض، والاحتمالات الثلاثة الباقية مقبولة[١].

حـ- التعريفات: يقدم فريجة تعريفا لثوابت الفصل disjunction (وتدل عليها كلمة "أو" ، أو كلمات "إما ......أو") والربط conjunction (وتدل عليها واو العطف)، والمساواة؛ كما عرفناها من قبل - عند الرواقيين ووجيفونز وبيرس - إن وظيفة الثوابت أن تربط بين قضيتين، لينشأ عنهما قضية واحدة مركبة compound proposition، والهدف من دراسة هذه القضايا وضع القواعد التي نستطيع بواسطتها أن نحكم عليها بالصدق أو الكذب، وتعريف تلك الثوابت هو ذاته إقرار بتلك القواعد ونوضح ذلك فيما يلي: عرف فريجة أن الفصل معنيين: إن القضية التي تحوى الكلمة الدالة على الفصل تصدق إذا صدق أحد عنصريها لكن لا تصدق إذا صدق كلا العنصرين معا، وإن هذه القضية تصدق إذا صدق أحد عنصريها أو كلاهما معا، لكن فريجة أخذ الفصل بالتعريف الثاني - متفقا مع جيفونز ومخالفا لبول[٢]. ورأى فريجة أيضا أن القضية المركبة التي تحوى إدارة الربط تصدق إذا صدق

---

[١] Ibid., pp. 5-7،سبق لفيلو الميغارى أن وضع هذا التعريف للتضمن انظر الفقرة١٣.

[٢] قارن الفقرات ٢٨و٣٥.

عنصراها معا وتكذب إذا كذب أحد عنصريها على الأقل، وعرف فكرتى الوصل والربط عن طريق فكرتى السلب والتضمن[8] ورأى ثالثا أن القضية المركبة التى تنطوى على مساواة أو تكافؤ بين عنصريها أنها ما يمكن تبادل مواضع العنصرين دائما دون إخلال بالصدق[9]. ووضع فريجة رمزا معينا لكل من الثوابت السابقة، اللا معرفة والمعرفة، وكان هذا البحث فى القضايا المركبة بداية عمله لإقامة مبادىء نظرية حساب القضايا.

د- المبادىء: لم يضع فريجة مجموعة واحدة من المبادىء، وإنما مجموعات عدة فى سياقات مختلفة، نقتصر هنا على ذكر إحداها، وسوف نستخدم المصطلح الرمزى لبيانو فى التعبير عن مجموعة مبادىء فريجة، وتتألف هذه المجموعة من سبع مبادىء:

(١) ق ⊃ (ل ⊃ ق) $P \supset (q \supset P)$، ونقرؤها:

القضية ق تتضمن القضية المركبة (ل تتضمن ق)، أو: إذا كانت ق صادقة لزم أنه إذا صدقت ل تصدق ق.

(٢) [ق ⊃ (ل ⊃ م)] ⊃ [(ق ⊃ ل) ⊃ (ق ⊃ م)]:

$$[P \supset (q \supset r)] \supset [(p \supset q) \supset (p \supset r)]$$

(٣) [ق ⊃ (ل ⊃ م)] ⊃ [ل ⊃ (ق ⊃ م)]:

$$[P \supset (q \supset r)] \supset [q \supset (p \supset r)]$$

(٤) (ق ⊃ ل) ⊃ (- ل ⊃ - ق):

$$(p \supset q) \supset (- q \supset - p)$$

---

(8) Translations, Begriff, p. 10.
(9) Ibid., pp. 10-12.

(٥) - - ق ⊃ ق:

$--p \supset p$

(٦) ق ⊃ - - :

$p \supset --p$

(٧) (هـ) د (هـ) ⊃ د (و):

$(X)\ F(x) \supset F(y)$ [١٠]

ويستخدم فريجة تلك المبادىء كمقدمات أولى للبرهان على نظريات منطقية، أو لاشتقاق قضايا جديدة منها؛ ولكي يتم استنباط نظريات أو قضايا جديدة من تلك المقدمات الأولية، يلزم الاستعانة بقاعدتين للاستدلال هما قاعدة التعويض rule of substiution وقاعدة (إثبات التالى) rule of detachment أو ما سماها التقليديون modus ponens. ولقد جذب نسق فريجة المنطقى عددا من المعجبين مثل لوكاشيفتش الذى رأى فى عام ١٩٢٠ أن القائمة السابقة للمبادىء يمكن ردها إلى ثلاثة، فيكون النسق أكثر بساطة وأناقة[١١]، لكن كان قد ظهر نسق أصحاب البرنكبيا الذى جذب إليه عددا أكبر من المعجبين.

---

[١٠] انظر: Kneale, op. Cit., pp. 524. ff.

[١١] تجد تفصيل تطور نسق فريجة فى الكتاب السابق ص٥٢٥-٦.

الفصل الثانى عشر

منطق فريجة (٣)

نظرية المعنى والإشارة

٦٠- اسم العلم:

أ- لفريجة نظرية منطقية يتخذها أساسا لموقفه اللوجستيقى فى رد التصورات الأساسية لعلم الحساب إلى تصورات منطقية بحتة؛ وسوف نهتم هنا بالعناصر الأساسية لتلك النظرية، متجاهلين تطبيقاتها الرياضية حيث تخرج عن موضوع هذا الكتاب ونحن نعنى (نظرية المعنى والإشارة) senseand refernce[1].
وهى نظرية لا ترتبط بالمنطق كنسق رمزى استنباطى وإنما تكشف عن مواقف جديدة فى النظر إلى الاسماء والجمل الاسمية والوصفية والقضايا. نقتصر هنا على

---

(1) يبدو أنه لا اعتراض على ترجمتنا الكلمة الألمانية **sinn** بكلمة (معنى)، حيث تتسق ومعنى الكلمة بالألمانية، كما أن الدارسين لفريجة من الإنجليز يترجمون هذه الكلمة الألمانية بكلمة (**sense**). لكن ترجمتنا لكلمة **bedeutung** بكلمة (إشارة) محتاجة لإيضاح، إن كلمة (معنى) هى الترجمة الحرفية لهذه الكلمة الألمانية الأخيرة، كما يترجمها الإنجليز بكلمة **meaning**، ذلك لأنها مشتقة من الفعل **bedeuten** ومعناه (يعنى) **To mean**، ومن ثم فالكلمتان **sinn**، **bedeutung** مترادفان فى الألمانية. وما دام فريجة يقابل بينهما فإنه يستخدم الكلمة الثانية بمعنى خاص، ويبدو أنه أعطى هذه الكلمة معنى مشتقا من معنى الفعل **deuten** ويعنى (يشير إلى) **point to**. انظر:
Translations, pp. Ix-x.
Kneale, The Development of Logic, p. 495. انظر:

موقفين من هذه النظرية: التمييز بين معنى الاسم وإشارته، وبين معنى القضية وإشارتها.

ب- يستخدم فريجة اسم العلم بمعان أربعة على الأقل: (١) اسم العلم المألوف، وهو ما يشير إلى شخص معين أو مكان معلوم ... إلخ، ويطلق على هذه المسميات (أشياء) أو (موضوعات) object، وهي موضوع إدراك حسي في الواقع. (٢) اسم العلم الخرافي ويشير إلى شيء غير واقعي ولا سبيل لنا إلى إدراكه إدراكا حسيا مثل (رع)، (أوزيريس)، (زيوس)، (أوديبوس) ......إلخ. (٣) جمل اسمية أو وصفية تشير إلى شيء واحد محدد، ويسميها فريجة (أسماء أعلام مركبة) compound proper names[2]- وهي ما سوف يسميها رسل من بعد (الأوصاف المحددة). (٤) أسماء تشير إلى أشياء يدافع فريجة عن وجودها الواقعي الموضوعي رغم أنها ليست موجودات حسية مثل الأعداد وقيم الصدق والأمكنة والفترات الزمنية ونوضح في هذه الفقرة موقف فريجة من التمييز بين معنى اسم العلم المألوف والخرافي وإشارتهما.

حـ- رأى فريجة أن لاسم العلم المألوف معنى وإشارة. لا صعوبة في القول بأن لاسم العلم المألوف إشارة، إذ وضح فريجة من قبل أن الوظيفة الأساسية لاسم العلم أن يسمي شيئا محددا، يشير الاسم (أرسطو) إلى الفيلسوف الإغريقي الذي سمي بذلك الاسم، يشير الاسم (القاهرة) إلى عاصمة مصر، وهكذا لكن فريجة أراد أم يميز إشارة اسم العلم المألوف من معناه: (تلميذ أفلاطون)، (معلم الإسكندر) عبارتان تشيران إلى شخص واحد وهو أرسطو - لكن معناهما مختلف، نفهم من العبارة الأولى ذلك الشخص الذي كان طالبا لامعا في أكاديمية أفلاطون وشهد له

---

(2) Translations, Sense and Reference, p. 70.

أستاذه بسعة الاطلاع ورجاحة العقل ووجاهة انتقاداته ... إلخ، ونفهم من العبارة الثانية ذلك الذى اختاره فيليب المقدونى مربيا لابنه والذى لقن الابن دروسا فى علمى الأخلاق والسياسة، وهما عبارتان مختلفتان فى المعنى. ومن ثم فالقضيتان (أرسطو ولد في ستاجيرا) و (معلم الإسكندر ولد فى ستاجيرا) مختلفتان فى المعنى، رغم هوية الإشارة[٣]. يمكن توضيح تمييز فريجة بأمثلة أخرى: التعبيران ٢^٢ و ٢+٢ يشيران إلى عدد واحد وهو العدد ٤، لكن معناهما مختلف؛ لأن الأول ينطوى على فكرة التربيع بينما ينطوى الثانى على فكرة الإضافة.وهما فكرتان مختلفتان، التعبيران ٢ ^٤ و ٤ ^٢ يشيران إلى عدد واحد، لكن بينما يدل الأول على العدد٢ وأسه الرابع، يدل الثانى على العدد ٤ مربعة، والدلالتان متميزتان. لاحظ فريجه أن القضية تحوى (أرسطو) تكافىء القضية التى تحوى (معلم الإسكندر) مثلا. أو أى عبارة لها نفس الإشارة – هما متكافئتان لأن لهما نفس الإشارة، ويمكن أن نتجاهل اختلافهما فى المعنى: وبالرغم من ذلك رأى فريجة أنه ينبغى ألا نستخدم هذا التكافؤ فى (لغة كاملة) أى فى لغة منطقية بها إحكام[٤]. لقد قدم فريجة هذا التحذير دون توضيح لكننا سوف نعرف فيما بعد أن رسل قدم اختلافا منطقيا أساسيا بين اسم العلم والعبارة التى تصف مسمى هذا الاسم فى نظريته الوصفية.

د- ننتقل الآن إلى موقف فريجة من اسم العلم الخرافى ومعناه وإشارته. لقد رأى أنه ليس لهذا الاسم إشارة لكنه لا يزال له معنى، ليست له إشارة لأنه لا يشير إلى شىء واقعى محسوس، لكن له معنى إذا دخل فى قضية. خذ القضية: (أوديسيوس قذف به إلى شاطىء إتاكا وهو نائم) Odysseus was set ashore at

---

(3) Ibid., pp. 57-62.
(4) Ibid. p. 58n.

(أوديسيوس) وحدها لا تشير، لكن لها معنى – هو Ithaca. While sound asleep ذلك البطل الذى قام بالبطولات الحربية فى الأساطير الإغريقية[٥]. وبالرغم من أن لاسم العلم الخرافى معنى إذا دخل فى قضية لكن ينبغى ألا نستخدمه فى لغة منطقية، وفى ذلك يقول فريجة فى سياق آخر: (...... ليس لأسماء الأعلام التى لا تشير إلى أشياء مبرر منطقى ما دمنا نهتم فى المنطق بالصدق بأدق معانيه ولكن يمكن استخدام هذه الأسماء فقط فى القصص والأساطير[٦].

٦١- القضية:

رأى فريجة وهو يميز بين المعنى والإشارة فى القضايا أن لكل قضية معنى، لكن بعض القضايا تشير إلى أشياء، بينما بعضها الآخر لا يشير[٧] ونبدأ بعرض موقف فريجة من معنى القضية لقد سبق له أن ميز فى القضية بين عنصرين: المحتوى content، والتقرير assertion وهو تقرير صدقه أو كذبه. معنى القضية مرتبط عند فريجة بالمحتوى لا بالتقرير، والمقصود بالمعنى هنا شىء موضوعى لا ذاتى، وشىء نكتشفه ولا نخلقه، ومن ثم يعقد مقارنة بين معنى القضية والأفكار الذاتية التى ينقلها المحتوى إلى قارىء أو سامع، كما يعقد مقارنة أخرى بين معنى القضية والشىء المادى موضوع الإدراك الحسى. إن معنى القضية ليس فكرة idea فليست الفكرة سوى انطباع حسى وما يصاحبه من ذكريات وتخيلات وصور حسية وما يختلط به من وجدان ورغبات وميول، مما تؤلف مدركا حسيا عن العالم الخارجى، وتتصف الفكرة

---

(5) Ibid. p. 62.

(6) Translations, A Critical Elucidation of Some points in Schroeder's Vorlesungen Uber Die Algebra Der Logik, p. 104.

(٧) يستبعد فريجه بلا شك القضية الوجودية التى موضوعها اسم علم من قائمة القضايا التى لها معنى.

على هذا النحو بالذاتية. قد يقول قائل إنه بالرغم من ذاتية الفكرة فقد يكون ببعض الأفكار المختلفة عنصر مشترك يؤلف المعنى الثابت لها، لكن فريجة يعترض قائلا إن من المستحيل أن تقارن فكرتك عن شيء ما بفكرة شخص آخر عن نفس الشيء: لكي تقارنهما يلزم أن يرتبطا في وعي واحد أو عقل واحد حيث لا أحد لديه فكرتي كما أني لا أملك إدراك فكرتك قبل أن تنقلها أنت إلي، أنت لا تحس آلامي كما أني لا أحس الألم الذي تعانيه، ولذلك فليس المعنى فكرة ذاتية، وإنما هو ذلك الشيء الموضوعي الذي يكون عاما مشتركا بين كل الناس وما يمكن نقله من لغة لأخرى وبأساليب مختلفة[٨].

ب- يعقد فريجه مقارنة أخرى بين معنى القضية والشيء المادي إنهما يتشابهان في أنهما ليسا من خلق إنسان وإنما كلاهما موضوع اكتشاف: إن محتوى قضية تاريخية أو جغرافية مستقل عن وجود المؤرخ أو الجغرافي وسابق على معرفتهما لها. يختلف المعنى عن الشيء المادي في أنه لا يمكننا إدراك الأول إدراكا حسيا، بينما يمكننا إدراك الثاني حسا، يقصد فريجة أن للمعنى واقعا موضوعيا مستقلا عنا، وإن لم يكن واقعا حسيا، إن المعاني تؤلف عالما ثالثا غير عالم الأفكار الذاتية وعالم الأشياء المادية تؤلف المعاني عالما ثالثا يحوى الأعداد وقيمة الصدق وموضوعات أخرى[٩] وذلك ينقلنا إلى إشارة القضية.

---

(8) Translations, Sense and Reference, pp. 59- 62 n.

(٩) انظر: G. Frage, The Thought: A Logical Inquiry, trans. Into English by A. M. and Marcelle Quinton, first appeared in Mind, Vol. 65, 1956; reprinted in Philosophical Logic, ed. By strawson, Oxford, 1967. pp. 19-29.

حـ- القضية التى تشير، تشير إلى شىء، وما تشير إليه إنما هو قيمة صدق[10].

وتتعلق قيمة الصدق بالقضايا؛ أى حين نحكم على قضية ما بالصدق نقول إن قيمة صدقها الصدق، وحين نحكم عليها بالكذب نقول إن قيمة صدقها الكذب وإن مجرد المعنى فى القضية لا يعطينا علما، لكن المعنى مع الإشارة يعطيه[11] فما المقصود بالقول إن القضية تشير إلى قيمة صدق؟لقد ربط فريجة القضية بقيمة الصدق من ناحيتين: الأولى أن القضية دالة مكتملة وأن قيمة الدالة قيمة صدق؛ الثانية أن للقضية عنصرين : محتوى وتقريره، وأن المحتوى هو ما يحتمل الصدق والكذب ومن ثم حين نقول إن القضية تشير إلى قيمة صدق ونعنى أن محتواها ينبغى أن يكون صادقا أو كاذبا وتتألف قيمة صدق القضية من قيمة صدق كل جزء من أجزائها، أو أن إشارة القضية تتألف من إشارة كل حد من حدودها، (والحدود إشارات أو قيم صدق إن أشارت إلى أشياء واقعية ولم يفهم فريجة من قيمة الصدق المعنى السابق فقط، وإنما أصر أيضا على أن (الصدق) و (الكذب) شيئان موضوعيان مستقلان عن عالم الإنسان والأشياء المادية، ويقومان فى العالم الثالث – عالم المعانى. ومن ثم تنبثق فكرة جديدة لفريجة هى أنه ما دامت القضية – صادقة أو كاذبة – تشير إلى شىء واقعى، يجب أن ننظر إليها على أنها اسم علم[12]. أما القضايا التى ليست صادقة ولا كاذبة – وهى ما يحوى اسم العلم الخرافى والقضية الوجودية التى موضوعها اسم علم – فيجب العزوف عن استخدامها فى لغة منطقية كاملة.

---

(10) Translations, Sense and Reference, pp. 63.
(11) Ibid., p. 65.
(12) Ibid., p. 63.

٦٢- اسم العلم المركب

أ- وصل فريجة إلى أن ما سبق له قوله عن معنى القضية وإشارتها لا يصدق على كل القضايا، فهنالك قضايا مركبة ليس لعناصرها معان ولا تشير إلى قيمة صدق: ونعنى بالقضية المركبة القضية التى تحوى ما يسميه فريجة (اسم علم مركب) compound proper nameومن الصور اللفظية التى تتخذها أسماء الأعلام المركبة العبارات الاسمية noun clauses والعبارات الوصفية adjectival clauses[13] خذ هذا المثال الذى ضربه فريجه (من اكتشف المدار البيضاوى للكواكب مات تعسا". تتركب هذه القضية من جملتين: جملة رئيسية main clause وجملة تابعة subordinate clause، والجملة التابعة هنا "من اكتشف المدار البيضاوى للكواكب" وهى جملة اسمية ارتبطت بالجملة الرئيسية ورأى فريجة أن هذه الجملة التابعة إذا أخذت بمفردها فإن معناها ناقص، ذلك لأن (من) whoever لا معنى لها فى ذاتها، لكن وظيفتها هى وظيفة ربط مقدم القضية المركبة بتاليها، ولو كان لهذه الجملة التابعة معنى تام لأمكننا أن نعبر عن معناها بجملة مستقلة أخرى، ولكن الأمر ليس كذلك؛ فيصبح لهذه الجملة معنى إذا ارتبطت بالجملة الرئيسية. ومن جهة أخرى، إذا ارتبطت الجملة التابعة بالجملة الرئيسية أصبحت تشير إلى شىء - لا تشير إلى قيمة صدق وإنما الإشارة المألوفة كما لو كانت اسم علم - أى أنها تشير إلى كبلر.

ب- ينظر فريجة إلى الجمل الاسمية من النوع السابق على أنها أسماء أعلام مركبة وأنها مكافئة لأسماء الأعلام المألوفة، وذلك يتضمن أن استخدامنا لها

[13] Ibid., p. 70.

يفترض ابتداء وجود شيء محدد جزئي تشير إليه، وإلا لا يكون للقضية التي يرد فيها ذلك الاسم المركب معنى. حين نذكر قضية بها اسم علم مركب لكنه لا يشير إلى شيء في الواقع فإن هذه القضية ليست صادقة ولا كاذبة وإنما لا معنى لها. لعل فريجة أراد هنا أن ننتبه إلى عبارات لغوية تبدو في ظاهرها كما لو كانت تشير إلى واقع محسوس، مع أنها ليست كذلك، وكان في ذهنه عبارات مثل (إرادة شعب) و (الدولة كائن عضوى) ونحو ذلك - هذه وتلك تشيران إلى شيء محدد، وبخاصة في سياق علمي دقيق و يمكنك استخدامها - واستخدام أسماء الأعلام الخرافية - في القصص لا في نسق صوري محكم[١٤].

٦٣- ملاحظات:

نقدم على نظرية فريجة في التمييز بين المعنى والإشارة الملاحظات الآتية:

(أ) أصاب فريجة في ثورته على موقف جون مل وأتباعه الذين نادوا بأن كل معنى اسم العلم هو مسماه أو ما يشير إليه، حينما ميز فريجة بين إشارة الاسم ومعناه، لكن يبدو أن فريجة خلط بين معنى الاسم، وما يثيره في ذهن السامع أو القارىء، من حيث أن المعنى الذى أعطاه فريجة للاسم يختلف باختلاف السياق؛ ولعل فتجنشتين كان أول من عبر عن ثبات معنى اسم العلم حين قال: "......لاسم العلم معنى حتى بعد موت صاحبه، وإلا لما أستطيع أن أقول أن فلانا قد مات، ويكون لعبارتي معنى لدى سامعها[١٥].

---

(١٤) Ibid., pp. 66, 68-70؛ انظر أيضا:

Anscombe and Geach, Three Philosophers, p. 137.

(15) L. Wittgenstein, Philosophical Investigations, translated into English by G. E. M. Anscombe, Oxford, 1958, p. I, S. 41.

(ب) خلط فريجة أيضا بين إشارة (اسم العلم المركب) ومعناه، إذ رأى أنه يمكن النظر إلى العبارة الاسمية والوصفية التى تشير إلى شىء محدد كما لو كانت اسم علم وأنه يجب أن يكون له مسمى فى الواقع. والأصدق أن نقول عن تلك العبارات الاسمية والوصفية أنها تدل على معنى اسم العلم أكثر ما تدل على إشارته، وقد أحس فريجه نفسه أنه يجب ألا نأخذ اسم العلم المركب على أنه مكافىء لاسم العلم المألوف فى لغة منطقية وسوف يقر رسل هذه النظرية لفريجة ليصححها ويحل كثيرا من المشكلات المتضمنة فيها، ومن ثم سوف يميز تمييزا منطقيا حاسما بين اسم العلم المألوف واسم العلم المركب أو ما يسميه الوصف المحدد[١٦].

حـ- لم يوافق كثير من الفلاسفة المعاصرين على موقف فريجة من اعتبار القضية اسم علم، من حيث أنها تشير إلى شىء وأن هذا الشىء هو قيمة صدقها وأن هذه القضية قائمة فى عالم المعانى المستقل. إن القضية لا تشير إلى شىء وإنما تدل على معنى وتقرره، ولو كانت القضايا تشير إلى قيمة صدق لما كان هنالك اختلاف بين كل القضايا الصادقة، وذلك غير مقبول، ومن ثم فالقضايا تختلف لا بالقياس إلى قيمة صدقها وإنما بالقياس إلى معانيها ونحن نعترف أن هذا النقد لا يطيح بنقطة فريجة فى اعتبار القضية اسم علم، وإنما ما يهدد نقطته أن نبعث الشك فى عالم المعانى المستقل الذى نادى به، وذلك جهد سوف يقوم به رسل فى نظريته الوصفية، كما سنرى[١٧].

---

(١٦) انظر الفصل السادس عشر.

(١٧) قارن: B. Russell, The Principles of Mathematics, London, 2nd ed., 1937, Appendix A., p. 504.

٦٤- خاتمة:

أ- يعتبر منطق فريجة نقطة تحول حاسمة من منطق صورى قديم إلى منطق صورى حديث، إذ درس فريجة المنطق التقليدى دارسة عميقة، ووضع يده على النقط المنطقية التقليدية التى يجب الاستمرار فى الأخذ بها، كما وضع يده على الأخطاء المنطقية التى يجب تصحيحها، نعم لم يتح ذلك الموقف لكثير من سابقيه من المناطقة مثل بول وبيانو، وإن أتيح لغيره من السابقين مثل جيفونز وشرويدر فإنه قدم نظرات ومواقف منطقية أكثر منهم عمقا وأصالة وجاذبية.

ب- اتفق مع التقليديين فى نقطة منطقية أساسية هى أن اسم العلم هو الموضوع الحقيقى للحمل فى القضية، وأنه موضوع دائما ولن يكون محمولا. لكن لما نظر فريجة فى هذه النقطة بعين فاحصة، قدم كثيرا من التمييزات المنطقية: التمييز الحاسم بين اسم العلم والمحمول، وكان من قبل مختلطا؛ التمييز الحاسم بين القضية الشخصية - التى موضوعها اسم علم - والقضية الكلية التى موضوعها حد عام أو (تصور)، وأن الأولى فقط هى القضية الحملية بالمعنى الدقيق؛ التمييز الحاسم بين القضية الشخصية (أو الحملية) وقضية الهوية وأعطى تحليلا لهذه الصورة الأخيرة من القضايا مما لم يتوفر للمناطقة من قبل، ورد القضية الكلية إلى الشرطية المتصلة؛ لكن نلاحظ أن لبيرس فضل السبق فى هذا الرد، وإن كان فريجة قد وصل إليه مستقلا، وقد عرف بيانو هذه النقطة أيضا مستقلا عنهما. ومن ثم عرف فريجة صورا منطقية من القضية غير الحملية وهى القضية الكلية وقضية الهوية.

حـ- حين عثر فريجة على الصور المنطقية لـ قضايا التى لا يمكن ردها إلى حمليات، لم يقصد أن يسد فجوة المنطق التقليدى الذى أصر على أن كل القضايا

التى ليست حملية يمكن ردها إلى حمليات، وإنما قصد الثورة على التمييز بين الموضوع والمحمول، وإمكان الاستغناء عنه تماما، وذلك بتطبيق الدالة الرياضية فى المنطق ومن ثم قدم كتابة جديدة للقضايا - حملية وغير حملية - وهى لغة الدالة والحجة، وحين نستعين عن لغة الموضوع والمحمول بلغة الدالة والحجة فقد بطل التمييز بين الموضوع والمحمول.

د- درس فريجة القضايا المركبة والثوابت دراسة أعمق مما وصل إليه الرواقيون وبيرس وبيانو فاكتشف أفكارا جديدة مثل قيمة الصدق وقواعد استنباط قضايا من أخرى، ومن ثم وضع أسس نظرية حساب القضايا التى اتخذها أصحاب البرنكبيا نواة لتطوير النظرية كما نراها اليوم.

هـ- يعتبر فريجة أول من صاغ القضايا الوجودية صياغة صحيحة ووضح معناها وهى صورة من القضية متميزة من الصور السابق ذكرها، ساقه ذلك إلى دراسة عميقة للسور الكلى والسور الجزئى وتحديد معناهما الدقيق، ومن ثم تعتبر هذه النقط - بالإضافة إلى صياغة القضية بلغة الدالة والحجة - مبادىء نظرية حساب دالات القضايا، وفريجة هو مؤسسها.

و- لم يكتف فريجة بصياغة مبادىء هاتين النظريتين وإنما طور نظريتى الأصناف والعلاقات وخلصهما من الأخطاء التى وقع فيها أصحاب جبر المنطق. كما خلصهما من اللغة الجبرية التى استبدت بهما. ولا ينسى المناطقة فضل فريجة فى صياغته لهذه النظريات جميعا فى مصطلح رمزى دقيق وفى نسق استنباطى محكم، بادئا بوضع قائمة اللا معرفات والتعريفات المنطقية والمصادرات والنظريات المنطقية المستنبطة منها، مما كانت معينا هاما لأصحاب البرنكبيا لكى يطوراه فيما بعد.

ز- كان فريجة أحد رواد الاتجاه اللوجستيقى فى الرياضيات، كما شارك مشاركة فعالة فى تعريف الأعداد، واتخذ موقفا أفلاطونيا فى طبيعة العدد وطبيعة الصدق والكذب حيث رأى أنها كائنات واقعية لها موضوعيتها المستقلة عن عالم الإنسان وأفكاره وعن عالم التجربة وأشيائها. لقد وضع فريجة دعما منطقيا لتلك الواقعة فعاود البحث فى أسماء الأعلام - وهى تلك الصور اللفظية التى تشير إلى موجودات. وانبثق ذلك الدعم المنطقي عن نظرية أصيلة فى المعنى تميز معنى الاسم وإشارته، ثم رأى أن العبارة التى تصف اسما ما مكافئة من الناحية المنطقية لذلك الاسم ورأى فريجة أيضا أن القضية تشير وتشير إلى قيمة صدق، وأن هذه القيمة قائمة فى عالم ثالث هو عالم المعانى (غير عالمى الإنسان والأشياء المادية). ولقد كانت هذه النظرية مثيرة لبحث المعاصرين فقد أخذ بها قوم، منهم مينونج الذى دعمها دعما جديدا بينما عارضها آخرون ومنهم رسل الذى طور انتقاداته عليها فيما أسماه (النظرية الوصفية).

الباب الرابع

ظهر المنطق الرمزى

الفصل الثالث عشر

منطق رسل ووايتهد (١)

القضايا وأنواعها

٦٥- مقدمة :

أ- يمثل كتاب برنكبيا ما تيماتيكا principia Mathematica[1] - الذى ألفه برتراندرسل B. Russell (١٨٧٢ - ١٩٧٠) وألفرد وايتهد A. whitchead (١٨٦١ - ١٩٤٧) الحلقة التالية لعمل (فريجة - بيانو) فى تطور المنطق الرمزى ولهذا الكتاب موضوعان رئيسيان: تطوير الاتجاه اللوجستيقى، وتطوير المنطق الرمزى أكثر مما ذهب إليه فريجة وبيانو وسنربط هذه الحلقة الرابعة برسل أكثر مما نربطها بوايتهد لسببين: (١) كتب رسل الجانب المنطقى من الكتاب، بينما كتب وايتهد جانبه الرياضى، ونحن نهتم هنا بالجانب الأول دون الثانى؛ (٢) خصص رسل للمنطق الرمزى كتبا أكثر عددا مما فعل وايتهد، إذا ظل رسل يكتب فى المنطق من عام ١٩٠٣ حتى عام ١٩٥٩ ولم يكن لوايتهد كتب منطقية بحتة غير برنكبيا، وفقرات عارضة فى كتبه الأخرى الفلسفية أو العلمية إذن فإن مرجعنا عن هذه الحلقة من

---

[1] يقع الكتاب فى ثلاثة أجزاء صدرت طبعته الأولى فى الأعوام ١٩١٠ - ١٩١٣؛ وطبعته الثانية عام ١٩٢٧، ولما نشرت بين الطبعتين كتب ومقالات تتناوله بالتعديل أو الهجوم، جاءت الطبعة الثانية للكتاب تحوى مقدمة جديدة نشرت إلى جانب مقدمة الطبعة الأولى، دون فيها أصحاب البرتكبيا رجوعا عن بعض المواقف وتعديل بعضها الآخر وتوضيح بعض ما كان قبل غامضا. ولقد نشر الجزء الأول — وهو الخاص بالمنطق — فى طبعة حديثة، نشرته (دار كمبردج للنشر Cambrige Unviersity Press) عام ١٩٦٢، وهى الطبعة التى نستعين بها.

التطور كتب رسل ومقالاته المنطقية كلها بالإضافة إلى برنكبيا، لكن حين نشير إلى أية نظرية منطقية في هذا الكتاب فسوف نسندها إلى (أصحاب البرنكبيا) لا إلى رسل وحده، ذلك لأن رسل كان يراجع كل ما كتبه وايتهد عن الجانب الرياضي، كما كان وايتهد يراجع كل ما كتبه رسل عن الجانب المنطقي، بحيث خرج الكتاب كله باتفاق تام وتعاون كامل. ولكي نفهم نظريات رسل المنطقية وتطورها، تحسن الإشارة إلى مدى تأثره بالمناطقة والرياضيين السابقين عليه والمعاصرين له.

ب- نشر رسل مبادىء الرياضيات principles of Mathematies[٢] وهو أول كتبه الهامة في فلسفة الرياضيات والمنطق الرمزي - عام ١٩٠٣، لكنه كان قد انتهى من تأليفه يوم ٣١ ديسمبر ١٩٠٠ وكان رسل قد أحاط قبل ذلك بمنطق ليبنتز وبول وبيرس وشرويدر وكانتور وبرادلي كما كان قد قرأ كتاب الجبر الكلي universal Algebra (١٨٩٨) لوايتهد. لقد سافر رسل إلى باريس لحضور المؤتمر الدولي للفلسفة international congress of Philosophy في يوليو ١٩٠٠ هو ووايتهد، وكانت فلسفة الرياضيات موضوع المؤتمر والتقى رسل هنالك ببيانو لأول مرة كما رأى كوتيرا وشرويدر وآخرين، وقد أعجب رسل ببيانو وتلاميذه في روعة مناقشتهم للموضوعات الرياضية والمنطقية وبراعة توجيههم للمؤتمر، فطلب من بيانو نسخة من كتبه، فأعطاه ثم عاد رسل إلى لندن وعكف على تلك الكتب، فأخذ بأصالة مؤلفها واستفاد من مواقفه في فلسفة الرياضيات ونظرياته المنطقية ومصطلحه الرمزي، ومن ثم استعان رسل بما أفاده منه في كتابه مبادىء الرياضيات - قدر

---

[٢] ترجمنا عنوان هذا الكتاب بالعربية، ولكننا آثرنا تعريب عنوان الكتاب الثاني (برنكبيا) تمييزا لـــه مـــن الكتاب الأول إذ سوف تصبح الترجمة العربية لكليهما واحدة، وفي ذلك نتبع طريقة الأستاذ الدكتـور زكي نجيب محمود.

إمكانه - إذ كان قد أشرف تأليف هذا الكتاب على النهاية، ولم ينس رسل أن يضيف في كتابه فقرة طويلة يلخص فيها منطق بيانو ويوضح مواطن اختلافه معه. ولقد لاحظ رسل أن بيانو عنى بنظريات وحساب القضايا وحساب دالات القضايا وحساب الأصناف، لكنه لم يعط عناية كافية لمنطق العلاقات، فكتب رسل مقالا بالفرنسية عنوانه "منطق العلاقات مع بعض تطبيقات على نظرية المجاميع" The Logic of Relations, with some Applications to the Theory of Series نشره عام ١٩٠١ فى مجلة بيانو Rivista di Mathematica[٣] وأعجب وايتهد بالمنهج الذى اتبعه رسل فى المقال، فكانت بداية تفكير أستاذه وايتهد لينضم إليه تلميذه لتأليف كتاب برنكبيا، وكانت نقطة بداية عملهما المشترك تعريف (المجموعة العددية) series، والأعداد الأصلية cardinal numbers والأعداد العادة ordinal N. تعريفا منطقيا بحتا.

حـ- سمع رسل عن فريجة لأول مرة عام ١٩٠١، وقال أن بيانو هو الذى أرشده إليه، فسارع إلى قراءة أعماله، وأحس رسل أن فريجة قد سبقه إلى تعريفه المنطقى للأعداد الأصلية بست عشرة سنة، دون أن يعلم، وأحس أيضا أن فريجة سبقه إلى تطبيقات جديدة لها قيمتها وغريبة عليه، وأدرك أنه لو كان عرف فريجة من قبل لكان استفاد من نظرياته وهو يؤلف مبادىء الرياضيات؛ أما وأن هذا الكتاب قد

---

[٣] لقد قام مارش R. C. Marsh بالإشراف على نشر بعض محاضرات وأبحاث رسل الهامة التى نشرت من قبل فى مجلات فلسفية وأصبح العثور عليها صعبا، ووضعها فى كتاب جعل عنوانه: B. Russell, Logic and Knowledge, ed. By Marsh, London. 1956، والمقال السابق ذكره عن العلاقات مترجم إلى الإنجليزية وأحد فصول هذا الكتاب وحين نشير إلى أحد فصول هذا الكتاب فيما بعد، فسوف نذكر اسم الكتاب السابق ذكره، يليه عنوان المحاضرة أو المقالة لرسل، ورقم الصفحة فى ذلك الكتاب.

تم تأليفه. فلم يملك رسل إلا أن يكتب تذييلا فى آخر ذلك الكتاب يوجز فيه أهم نظريات فريجة المنطقية مشيرا إلى نقط الخلاف بينهما، ويعتبر هذا التذييل أول بحث منشور يكشف عن عبقرية فريجة.

د- أحس رسل تناقضا فى نقطة معينة فى مذهب فريجة اللوجستيقى، تتعلق بتصور (الصنف الذى ليس عضوا فى ذاته)، فكتب إلى فريجة الذى رأى أن النقد وجيه، وتحسر فريجة لاكتشاف التناقض بعدما أتم كتابه، وهو الجزء الثانى من كتابه القوانين الأساسية لعلم الحساب فنشر فريجة هذا الكتاب كما هو، وأشفعه بتذييل يقدم محاولته للتغلب على التناقض ولم يقتنع رسل بمحاولة فريجة. بل اكتشف رسل أن هذا التناقض ليس سوى واحد من عدد لا متناه من المتناقضات التى يمكن الكشف عنها فى أصول الرياضيات (وقد سبق بيولارى فورتى Bulari – Forti رسل فى اكتشاف تناقض آخر) ومن ثم عكف رسل على حل بعض تلك المتناقضات عامى ١٩٠٣ و١٩٠٤ دون نجاح، ولمعت فى ذهنه حينئذ أسس نظرية جديدة سماها من بعد (النظرية الوصفية) Theory of Description كتب أول صياغة لها فى مقال نشره فى مجلة Mind عام ١٩٠٥ بعنوان (On Denoting)[4]. وهى نظرية ساعدته على التخلص من موقف معين لفريجة ومينونج Meinong حيث كان واقعا تحت تأثيره حين كتب مبادىء الرياضيات ونعنى به الاعتقاد بأن للأعداد والأصناف الخ وجودا واقعيا موضوعيا مستقلا وحين تخلص رسل بفضل النظرية الوصفية – من هذه الواقعية، استطاع صياغة نظرية جديدة أخرى هى (نظرية الأنماط المنطقية)

---

(4) أعيد نشر هذا المقال فى كتاب:

Readings in Philosoical Analysis. Selected and edited by H. Feigl and W. Sellars. N. Y.. 1949. pp. 103-115. ثم نشرت بعد ذلك فى

Russell. Logic and Knowledge. ed. By R. C. Marsh. pp. 39-56.

Theory of Logical Types وهذه ما رأى فيها حلا للمتناقضات الرياضية المشار إليها.

هـ- حين وصل رسل إلى (النظرية الوصفية) و (نظرية الأنماط). كان مشغولا مع وايتهد في موضوعات برنكبيا، ووافق زميله على هاتين النظريتين، فأصبحتا جزءا من هذا الكتاب ويهمنا هنا أن نقول عن هذا الكتاب أنه فقط قد أقام المنطق نسقا استنباطا يقوم على فكرتين لا معرفتين ومصادرات خمسة وحين ذهب رسل إلى جامعة هارفارد ليلقي مجموعة محاضرات عام ١٩١٤، قال له شيفر H. M. Sheffer وهو أحد المناطقة الأمريكان - أنه يمكن استبدال فكرة واحدة لا معرفة بالفكرتين في نسق برنكبيا، ووافق رسل على التعديل، واقترح على شيفر إعادة كتابة الكتاب الكبير في ضوء تعديله، لكن شيفر لم يفعل ولقد رأى نيكو J. G. P. Nicod - منطقي -فرنسي - إمكان رد المصادرات الخمسة في نسق برنكبيا إلى مصادرة واحدة تقوم على تعديل شيفر ونلاحظ أن رسل حين كتب عن المنطق الرمزى - بعد برنكبيا - لتوضيح مواقفه وتطويرها، ذكر التعديلات السابقة مشيرا إلى أصحاب الفضل فيها ونجد هذه التعديلات في محاضرات (فلسفة الذرية المنطقية) Philosophy of Logical Atomism (١٩١٨) وفي كتابه مقدمة الفلسفة الرياضية Introduction to Mathematical Philosophy (١٩١٩).

و- لابد من كلمة هنا عن صلة رسل بفتجنشتين wittgenstein حيث التقى هذا برسل في كمبردج في يناير ١٩١٢، واستمر إلى صيف ١٩١٣ طالبا بهذه الجامعة، ثم تركها قبيل الحرب العالمية الأولى، دون أن ينال شهادته الجامعية ولقد تحدث رسل في هارفارد عام ١٩١٤ عن (اكتشافات بالغة الأهمية لم تنشر بعد لتلميذه فتجنشتين)؛ وعاد هذا التلميذ فتجنشتين إلى كمبردج عام ١٩٢١ وكان قد كتب

كتابه الأول رسالة منطقية فلسفية Tractatus Logic Philosophicus، فساعده رسل على نشره وكتب له مقدمته. وقد كان رسل يشيد بما أفاد من تلميذه. لكن فتجنشتين كان ينكر المواقف التي يسندها إليه رسل، ويعتبرها سوء فهم له لقد ترك فتجنشتين هذه الأفكار ثم عاد إليها عام ١٩٢٩ ليتقدم بكتابه رسالة منطقية فلسفية هذا لنيل درجة الدكتوراه، وكان مور G. E. Morre ورسل عضوى لجنة امتحانه، ومنحاه الدرجة، ثم ساعده رسل على تعيينه (زميلا) فى كمبردج ولم تستأنف العلاقات الشخصية بينهما بعد ذلك، إذ كان رسل قد أبعد عن كمبردج، كما كان قد دخل في طور فلسفي جديد يخالف ما كان اتفق فيه مع فتجنشتين وسوف نذكر الأفكار المنطقية التي أخذها رسل عن تلميذه فيما بعد، وإن كان التلميذ قد بدأ دراسته للفلسفة والمنطق بالعكوف على برنكيبيا ماتيماتيكا على أنه كتاب قد أخذ عليه لبه[٥].

٦٦- المنطق وموضوعه:

المنطق الرمزى عند رسل تعديل وتعميق وتطوير للمنطق التقليدى، فليس الأول ثائر على الثاني فى كل نظرياته، فقد أراد رسل للمنطق أن يكون أكثر صورية ورمزية مما أتى عليه أرسطو، كما أراد أن يجعله نسقا استنباطيا وهو أمر لم يتح لأرسطو وأراد رسل أخيرا تطوير نظريات منطقية سبق لبول وفريجة وبيانو أن بدأوها

---

(٥) انظر: The Philosophy of B Russell, ed by P. A. Schilpp, N. Y., 3rd ed., 1963, Vol I, My Mental Development, pp. 3 – 20 B. Russell Philosophical Development, London, 1959, pp. 65-76.

في مثل موضوع المنطق الرمزى (دراسة مختلف النماذج العامة للاستنباط أو الاستدلال)[6].

٦٧- القضية :

أ- يعرف رسل القضية Proposition بأنها الجملة الإخبارية التي تحتمل الصدق أو الكذب، ومن ثم فإن صيغ السؤال والتمنى والأمر والنهى والنداء ليست قضايا، والمقصود باحتمال الصدق والكذب أن القضية تقرر شيئا أو تنكره، أو أنها تحوى حكما نعتقد بصدقه أو كذبه. (سقراط فيلسوف) قضية صادقة، (سقراط مؤسس الفلسفة المادية) قضية كاذبة، لكن ما ذلك الشيء الذى تقرره القضية أو تنكره؟ لا تقرر القضية شيئا جزئيا، لأن هذا مما يمكن تسميته أو الإشارة إليه، لا تقريره؛ تقرر القضايا وقائع Facts. إننا نعبر عن واقعة ما حين نقول إن شيئا ما جزئيا له خاصة معينة، أو أنه على علاقة معينة مع شيء آخر. ويصنف رسل الوقائع إلى ثلاثة أنواع من التصنيف: (١) إما أن تكون الواقعة جزئية أو عامة: (هذا أبيض) تعبر عن واقعة جزئية، "كل إنسان فان" عن واقعة عامة. (٢) إما أن تكون الواقعة موجبة أو سالبة: "سقراط فيلسوف" تعبر عن واقعة موجبة، بينما (سقراط مؤسس الفلسفة المادية) لا تعبر عن واقعة، ومن ثم نقول إن القضية كاذبة. (٣) إما أن تتعلق الوقائع بالأشياء الجزئية والصفات والعلاقات الجزئية، أو تتعلق بأشياء عامة، ويسمى رسل هذا الصنف الأخير (وقائع عامة عمومية تامة) Completely general facts ونلاحظ أن التصنيف الأول والثالث متداخلان إذ كلاهما يتحدث عن وقائع عامة، لكن يبدو أن رسل أراد بالتصنيف الثالث أن يبرز (الوقائع المنطقية) القضية المركبة (إذا كان

---

(6) Russell, The Principles of Mathematics, London, 2nd ed., 1937, p. 10-11.

صنف ما جزء من صنف آخر فإن أى عضو من الصنف الأول عضو من الصنف الثانى) مثال على القضية المنطقية.[7].

ب- القضية ليست اسم علم:

بعد تعريف القضية، يأتى تصنيفها، مما سيكون موضوع الفقرات التالية، لكننا نريد هنا الإشارة إلى موقف رسل من نقطة منطقية اختلف فيها مع فريجة، وهى قول الثانى إن القضية يمكن اعتبارها اسم علم وأنها تشير إلى شىء واقعى غير محسوس وهو (الصادق) أو (الكاذب)، وهما قائمان فى عالم ثالث عالم المعانى - لا نخلقه وإنما نكشفه، ويمكن مقارنته بعالم المثل الأفلاطونى[8]. ولقد سبق أن اعترض على هذه النقطة فى مبادىء الرياضيات[9]، لكن رسل يقدم الآن اعتراضات أخرى، بعد أن ربط القضية بالواقعية، نوجزها فيما يلى: ١- مادامت القضية تعبر عن واقعة، وإذا كانت القضية اسما، لزم أن تكون الواقعة شيئا جزئيا مما يمكن تسميته أو يكون موضوع إدراك حسى لكن الواقعة ليست شيئا جزئيا بهذا المعنى، وإنما مركب من شىء وصفاته وعلاقاته. (٢) الفرق بين الشىء الجزئى والواقعة فرق بين فعلين عقليين مختلفين هما التسمية naming والتقرير asserting. (٣) الوظيفة الأساسية لاسم العلم أن يسمى شيئا جزئيا، فإذا لم يسم الاسم شيئا جزئيا، فقد بطل أن يكون

---

(٧) Russell, Logic and Knowledge, The Philosophy of Logical Atomism, p. 184، (فلسفة الذرية المنطقية) محاضرات ثمانية ألقاها رسل فى لندن أواخر عام ١٩١٨ وبداية عام ١٩١٩ وسوف نشير فيما بعد إلى هذه المحاضرات بالرموز P.L.A مسبوقة باسم الكتاب المذكور آنفا ومتبوعة برقم الصفحة فى هذا الكتاب.

(٨) انظر الفقرة ٦١حـ.

(٩) انظر الفقرة ٦٣.

اسما وإنما كلمات أو أصوات لا دلالة لها، بينما لا يزال للقضية معنى حتى تكون كاذبة.[10] من الواضح أن هذه الاعتراضات رغم وجاهتها لا تواجه موقف فريجة الواقعي في طبيعة العدد والصنف وأنها أشياء لها موضوعيتها المستقلة عن أفكار الإنسان وعن العالم المادى معا. لقد واجه رسل هذا الموقف الواقعي حين وصل إلى النظرية الوصفية، مما سوف نعرضه في حينه.

٦٨- القضية الذرية:

أ- لا يصنف رسل القضايا بمعنى إحصاء لكل أنواعها، وإنما يكتفى بتمييز خمسة أنواع من القضايا يتناولها بالتحليل: (١) القضية الذرية .atomic p. (٢) القضية المركبة .molecular P. (٣) القضية العامة .general P (وهي ما سماها التقليديون (القضية الكلية)، لكن لم يستخدم رسل العبارة الأخيرة كثيرا) (٤) القضية العامة عمومية تامة. (٥) القضية الوجودية .existential p وسوف نستغرق في عرضنا لتحليل رسل لهذه الأنواع الأربعة الأولى بقية هذا الفصل، أما الحديث عن القضية الوجودية عند رسل فإننا نرجئه إلى فصل قادم حين نتحدث عن نظرية رسل في داله القضية.

ب- يقول أصحاب البرنكبيا: (يبدأ نسقنا من "القضايا الذرية": إننا نقبلها كمعطى [مسلمة أو نقطة بداية] لأن المشكلات الناشئة عنها تخص الجزء الفلسفي من المنطق، ولا تسمح (على الأقل في الوقت الحاضر) بتناول رياضي[11]. ويقدم برنكبيا تعريفين للقضية الذرية: (١) القضية التي لا تحوى أى جزء مما يكون في ذاته

---

(10) Logic and Knowledge, P. L. A., pp. 182, 187. ويقول رسل إنه استمد هذه الأفكار من فتجنشتين.

(11) Principia, Introd. To 2nd ed., p.xv.

قضية، والتى لا تحوى كلمات "كل" أو "بعض"، (٢) القضية التى تقرر أن لشئ ما صفة معينة، أو أن عدة أشياء على علاقة معينة فيما بينها[١٢]. ولعل رسل ووايتهد قصدا من تسمية هذا النوع من القضية بالذرية أن يدلا على أكثر القضايا بساطة. "هذا أحمر"، "هذا أسبق زمنا من ذاك" "أ أكبر من ب" أمثلة لقضايا ذرية. ولعلنا نلاحظ أن تلك القضية الذرية تحوى صفة، أو فعلا وعلاقة، كما تحوى اسم شئ جزئى تسند إليه الصفة أو الفعل، أو تحوى أسماء بينها علاقات. يسمى أصحاب برنكبيا هذه الأسماء "أسماء أعلام" Proper names ويسمون ما تشير إليه هذه الأسماء "أفرادا" individuals أو "جزئيات" particulars ويمكن القول إن القضية الذرية نوعان: قضية شخصية تسند فيها صفة إلى شئ جزئى، وقضية علاقة تربط شيئين بعلاقة ما، وأن القضية الشخصية هى ما رأى رسل – فى كتبه المنطقية الأخرى غير برنكبيا – أنها القضية الحملية بالمعنى الدقيق؛ ولرسل موقف معين من علاقة الحمل Predication نريد تفصيله.

٦٩- الحمل

أ – علاقة الحمل عند رسل علاقة أساسية إذا كان هنالك أفراد. يقول فى محاضرة ألقاها عام ١٩١١م فى "الجمعية الأرسطية" Aristotelian عنوانها "فى علاقات الكليات بالجزئيات":

".. الحمل علاقة تنطوى على اختلاف منطقى أساسى بين حديه. يمكن أن يكون للمحمولات ذاتها محمولات، لكن ستكون محمولات المحمولات مختلفة اختلافا أساسيا عن محمولات الجواهر (الموضوعات) .. ليست القضايا من الصورة

(12) Ibid.

"كل أ هو ب" قضايا حملية، لكنها تعبر عن علاقات بين محمولات .. وقد كان الخلط التقليدى بين هذه والقضايا الحملية بالمعنى الدقيق وبالا على المنطق الصورى .. إن الحمل علاقة أساسية إذا كان هنالك أفراد .. ومن ثم فأفضل تعريف للأفراد أنها كائنات يمكن أن تكون موضوعات فقط لمحمولات، أو أطراف علاقة - نعنى أنها (بالمعنى المنطقى) جواهر".(١٣)

ب- ١- القضية الحملية عند رسل صورة منطقية أساسية من صور القضايا، ولا يمكن الاستغناء عنها، والقضية الشخصية Singular proposition هى القضية الحملية Subject – predicate p بالمعنى الدقيق، أما القضية الكلية أو العامة فإنها ليست حملية إذ لا تحوى موضوع حمل بالمعنى الدقيق وإنما تنطوى على علاقة معينة بين محمولين. ولقد اعترف رسل أنه تعلم التمييز بين القضية الشخصية والعامة من بيانو، وإن كان عرف من بعد أن فريجة عرف التمييز قبل بيانو.

٢- قام تمييز رسل بين القضايا الشخصية والعامة على أساس تحليل معين للمحمول واسم العلم، وأن بينهما اختلافا منطقيا أساسيا، نبدأ بالمحمول، تتخذ القضية الذرية - كما سبقت الإشارة - صورتين: ما يسند فيها محمول إلى اسم شئ جزئى، وما تنطوى على علاقات بين أسماء أشياء جزئية، ونلاحظ أن كلتا الصورتين تنطويان على فعل أو صفة وفعل، أو لفظ من ألفاظ العلاقة، ولا شك أن لكل من الفعل والصفة ولفظ العلاقة استخداما خاصا، وبالرغم من ذلك يمكن وضع الفعل والصفة مع ألفاظ العلاقات من حيث أنها تدل جميعا على علاقات،

(13) Russell. Logic and Knowledge. "On the Relations of Universals to Particulars", p. 123.

فإن كان لفظ العلاقة متعلقا بحد واحد - كأن يكون فعلا لازما أو صفة نسميه "علاقة واحدية" monadie relation،[14] ونسمى ذلك اللفظ أو تلك العلاقة "محمولا" وتصبح القضية التى يرد فيها الفعل اللازم أو الصفة والفعل قضية حملية، وإن كان لفظ العلاقة متعلقا بحدين أو بثلاثة حدود أو أكثر نسمى العلاقة "علاقة ثنائية" dyadic r. أو "علاقة ثلاثية" triadic r.، أو "علاقة رباعية" tetradic، وهكذا "سقراط فيلسوف"، "أ أكبر من ب"، "أ أعطى ب إلى جـ" أمثلة لقضايا علاقات واحدية وثنائية وثلاثية على التوالى.[15]

٣- موضوع القضية الذرية هو الفرد أو الجزئى، كما قلنا، ويعطى رسل الفرد تعريفات عدة منها أن الجزئى هو ما يمكن أن يكون موضوعا فى قضية ذرية[16]، وأن الجزئيات هى حدود العلاقات فى القضية الذرية[17]، ويشير إلى أن ما يسميه (الفرد) أو الجزئى هو (الجوهر بالمعنى المنطقى) فى مصطلح القدماء، ومن ثم فالأشخاص والأشياء المحدودة فى مكان وزمن أفراد أو جزئيات من الناحية المنطقية. لكننا نلاحظ أن رسل كثيرا ما يمزج تصور الجزئى كتصور منطقى بمواقفه المعرفية الخارجة عن مجال البحث المنطقى، وكانت مواقفه المعرفية تتطور عبر الزمن ورأى رسل فى طور من أطواره الفكرية أن الشخص ليس "فردا" وإنما هو "تركيب منطقى" logical construction من أفراد أو جزئيات، وكانت المعطيات الحسية sense data من بين ما قصده بالجزئيات، ومن ثم يمكننا فهم قوله أن الجزئى هو ما سماه القدماء بالجوهر باستثناء واحد

---

(14) بيرس أول من استخدم عبارة "العلاقة الواحدية" لكن رسل لا يشير إليه: انظر الفقرة ١٤٠.

(15) Logic and Knowledge, op. Cit, p. 108.

(16) Principia Introd 2nd ed., p. xix.

(17) Logic and Knowledge, p. L. A., p. 199.

وهو أنه لا يتصف بالثبات والديمومة not persistent throught time وإنما وجوده يدوم وقتا قصيرا جدا momentary وفيما عدا ذلك فالجزئي الرسلي والجوهر الأرسطي يتلاقيان في أنه "الجوهر بالمعنى الأولى" وأنه الموضوع الحقيقي للحمل وأنه الذي لن يكون محمولا في قضية[18]. فإذا أردنا عزل الجوانب المعرفية في فلسفة رسل عن مواقفه المنطقية، قلنا إن أسماء الأشخاص والأشياء الجزئية موضوعات منطقية في قضايا حملية.

٤- إن الفرق بين اسم العلم والمحمول فرق بين فعلين عقليين مختلفين هما التسمية والتقرير. لكي نفهم اسما ما يجب أن "نكون على وعي مباشر" acquainted with بالشيء الجزئي الذي يسمى بهذا الاسم، ونحن لا نستطيع تسمية شئ باسم ما لسنا علي وعي مباشر به. (نلاحظ أن رسل هنا يدخل عنصرا معرفيا أيضا في طبيعة اسم العلم، لكنا سنتخلص منه بعد قليل). أما فيما يختص بالمحمول فإن فهمنا له هو فهمنا لقضية يدخل فيها هذا المحمول: لسنا محتاجين لفهم كلمة "أحمر" مثلا إلا أن يكون أمامنا فعلا شئ جزئي أحمر اللون، وإنما يلزمنا فقط أن نفهم معنى قضية تتخذ الصورة "س أحمر". لا يهمنا إن كانت القضية صادقة، وإنما يكفينا فهم معنى إسنادنا الحمرة إلى شئ ما أو شئ آخر. ولقد قال رسل إنه مدين في هذه النقطة من التمييز بين اسم العلم والمحمول إلى فتجنشتين.[19] والآن، إذا أردنا تعريف رسل لاسم العلم تعريفا منطقيا بحتا خالصا من أي ألفاظ معرفية مثل "وعي مباشر" وما نحوها، وجدناه في أكثر كتبه تطورا، يقول: "اسم العلم كلمة لا تدل على محمول أو علاقة، وما

---

(18) Ibid., pp. 201 – 3.
(19) Ibid., p. 205.

يمكن أن يدخل فى قضية لا تحوى متغيرات (ويبدو المتغير – فى اللغة العادية – بظهور ألفاظ مثل: كل، بعض .. إلخ)"[٢٠]

جـ- نجمل موقف رسل من الحمل فيما يلى: الحمل علاقة منطقية أساسية؛ القضية الشخصية هى القضية الحملية بالمعنى الدقيق – وفى هاتين النقطتين يتفق مع أرسطو؛ وهناك تمييز منطقى أساسى بين اسم العلم والمحمول – وقد أدرك أرسطو هذا التمييز لكنه لم يتابعه إلى آخر تطوراته المنطقية، وقد حسم فريجة وبيانو هذا التمييز[٢١]،وأضاف رسل إليهما تمييزات أخرى، وفى ذلك يختلفون عن أرسطو؛ وبالرغم من أن الحمل علاقة أساسية وأن القضية الحملية صورة أساسية من صور القضية فإنها ليست الصورة الوحيدة للقضية إذ توجد صورة منطقية أخرى لا يمكن ردها إلى حمليات كقضايا العلاقات وقضايا الهوية والقضايا الوجودية، وقد فتح فريجة الباب لهذه التمييزات، وطورها رسل كما سنرى.

٧٠- المتغيرات والثوابت:

أ- ثانى أنواع القضايا التى يتحدث عنها رسل هى (القضايا المركبة) ولكى نفهم ما هى، يلزمنا تقديم بعض الأفكار الهامة فى برنكيبيا أولا: نعنى: المتغير Variable، والثابت constant، ودالة الصدق truth – function.(المتغير) تعبير رمزى فى الرياضيات يرمز إلى كمية غير محددة، استعارها المنطق ليدل على أى

---

(20) Russell, My philosophical Development p. 167.

قارن هذا التعريف لاسم العلم بتعريف كواين: "اسم العلم ما يدل على تسمية شئ ما لكنه لا يملك ضمانا أن هذا الشئ يجب أن يكون حاضرا الآن فعلا أو أنه على وشك الظهور"، انظر:

Quine, Methods of Logic. London, 1958, p. 197.

(٢١) انظر: Russell, Introduction to Mathematical Philosophy, London, 1919, p. 163.

رمز غير محدد المعنى؛ حين نعطي لمتغير ما معنى محددا نسمى هذا المعنى (قيمة المتغير) value of a variable، وقد يرمز المتغير إلى علم، أو إلى صنف، أو إلى قيمة أو إلى علاقة. ندل على المتغيرات بحروف معينة من لغة الهجاء. وليس استخدام المتغيرات أمرا جديدا في برنكبيا، لكنه قديم قدم أرسطو والرواقيين، وقد توسع ليبنتز وبول وبيانو وفريجة في استخدامها. نسمى تلك الصورة الرمزية من المتغيرات (بالإضافة إلى رموز الثوابت التي سنتحدث عنها بعد قليل) إذا استخدمناها في المنطق (المصطلح الرمزى) notation، وقد كان لكل من فريجة وبيانو وبيرس وشرويدر وغيرهم مصطلحه الرمزى الخاص، لكن أصحاب البرنكبيا اصطنعوا مصطلح بيانو لبساطته ودقته.

ب- يبدو أن تعبير (الثوابت المنطقية) من اصطناع بيانو، وسبق للرواقيين أن عرفوا بعضها وسموها (روابط) conectives والثابت المنطقى هو الحرف أو الكلمة أو عدة الكلمات التي تربط بين قضيتين بسيطتين (ذريتين) أو أكثر، والثوابت الرئيسية في برنكبيا أربعة: السلب negation (وتعبر عنها كلمة (لا) أو ما في معناها)، الربط conjunction(وتعبر عنها واو العطف)، الفصل disjunction (وتعبر عنها (أو). (إما ...أو ...) ونحوهما)، التضمن implication (وتعبر عنها أداة الشرط (إذا......)). لقد عرف أرسطو هذه الروابط لكنه لم يدرس قواعد استخدامها بعناية، لكن الرواقيين بدأوا بتلك الدراسة، وزاد بول وجيفونز عليهم إضافات هامة، أما فريجة وبيانو فلهم الفضل الكبير في تعريفها ووضع قواعد استخدامها بدقة، بل كانا أول من وضع للثوابت رموزا ويرمز برنكبيا إلى السلب بالعلامة ($-$)، وإلى الربط بالعلامة ($\cdot$) وإلى الفصل بالعلامة ($\vee$)، وإلى التضمن بالعلامة ($\supset$). (وسوف نحتفظ بهذه الرسوم للثوابت حين نصوغ بعض القضايا والقوانين المنطقية في برنكبيا

بالعربية). وإننا نجد أنفسنا الآن فى موضع الحديث عن القضية المركبة: إنها قضية مؤلفة من قضيتين بسيطتين ارتبطتا بأحد الثوابت: الشمس مشرقة والجو معتدل، المسئولية قائمة أو الحرية خرافة، مثالا على قضية مركبة تحوى أولاهما ثابت الربط والثانية ثابت الفصل. فإذا أردنا صياغة القضية المركبة فى صورة رموز لمتغيرات وثوابتها، قلنا (-ق) $(- p)$، ق.ل $(p . q)$، ق V ل $(p V q)$، ق ⊃ ل $(p \supset q)$ وهكذا[٢٢]. نسمى هذه الصيغ (دالات صدق).

٧١- دالة الصدق والقضية المركبة:

أ - سبق لفريجة أن أعطى للدالة فى الرياضيات تعريفا دقيقا ثم استخدمها فى كتابة القضية المنطقية لتكون فى صورة رمزية خالصة، لكن يمكننا الآن تقديم تعريف للدالة أكثر بساطة مما فعل فريجة: حين يرتبط متغير ما (هـ) بمتغير آخر (و) بحيث إذا عرفنا قيمة و، أمكننا تحديد قيمة هـ، نقول أن هـ دالة و[٢٣]. ولقد طبق المناطقة الرمزيون الدالة الرياضية فى المنطق كما قدمنا. وقد دخل المناطقة من فكرة الدالة إلى فكرة (دالة الصدق)، وكان فريجة أول من استخدم التعبير[٢٤]،وإن كانت الفكرة قديمة قدم فيلون الميغارى حين تحدث عن احتمالات صدق القضية الشرطية أو كذبها وتتألف (دالة الصدق) فى برنكبيا - من صيغة رمزية لقضية مركبة بحيث تتوقف قيمة صدقها على قيمة كل قضية من القضايا

---

(22) principia, pp. 6 – 7.

(٢٣) انظر: M. Black, The Nature of Mathematics, London, 5th imp. 1965, pp. 53-4.

(٢٤) انظر: W. Kneale, The Development of Logic, p. 531.

التى تؤلفها، ويحكم هذه القيمة قواعد معينة، وتعتمد تلك القواعد على المعنى الذى نعطيه للثابت المنطقى الوارد فى هذه القضية المركبة أو تلك ويمكن القول بعبارة أخرى إن تعريف الثوابت، بالإضافة إلى صدق القضيتين البسيطتين أو كذبهما هما اللذان يحددان قيمة صدق القضية المركبة. ومن ثم تتعدد قواعد صدق القضية المركبة (أو قواعد دالة الصدق) بتعدد الثوابت الواردة فيها[٢٥].

ب- قلنا إن الثوابت المنطقية الرئيسية - فى برنكبيا - أربعة هى السلب والربط والفصل والتضمن، ومن ثم تصير دالات الصدق أربعة: دالة التناقض، ودالة الربط، ودالة الفصل، ودالة التضمن ونوجز قاعدة صدق كل دالة فيما يلى:

(١) دالة التناقض contradictory function: صيغة تتألف من قضية واحدة تسبقها أداة السلب، مثال ~ ق (~p) وتقرؤها (لا ق) - (not p)، وتعنى تقريرا، ق كاذبة أو أن (~ ق) صادقة إذا كانت (ق) كاذبة، وكاذبة إذا كانت ق صادقة. وذلك تعريف ثابت السلب.

(٢) دالة الربط conjunctive function: صيغة تتألف من قضيتين ارتبطتا بثابت الربط، وصورتها الرمزية (ق.ل) (p.q)، ونقرؤها (ق ول) (p and q)، وحكم صدقها أن تصدق إذا كانت كلتاهما صادقتين معا. وإلا تكون الدالة كاذبة.

(٣) دالة الفصل disjunctive function: صيغة تتألف من قضيتين بينهما ثابت الفصل، وصيغتها (ق V ل) (p V q)، ونقرؤها (ق أو ل) (p or q)

---

(٢٥) Principia, Introd. 2nd ed, p. xvi أيضا:
Russell, Logic and Knowledge, P. L. A., p. 210.

(q، وحكم صدقها أن تصدق إذا صدقت إحدى القضيتين أو كلاهما، وأن تكذب إذا كذبت القضيتان معا؛ ويمكن التعبير - بأسلوب آخر - عن قاعدة دالة الفصل كما يلى: إذا عرفنا صدق إحدى القضيتين فى دالة الفصل، أمكن استنباط أن الدالة المركبة صادقة. لا حاجة بنا إلى ملاحظة أنه إلى جيفونز يرجع الفضل الأول فى هذه القاعدة (أو تعريف الفصل) التى تنطوى على أن دالة الفصل تصدق إذا صدق أحد عنصريها أو صدق كلاهما معا، وهى قاعدة أخذها عنه كل المناطقة المعاصرين - ما عدا فن Venn[٣٦]. ولا حاجة بنا أيضا إلى ملاحظة أن هذا التعريف للفصل مختلف عن تعريف المنطق التقليدى للفصل الذى بمقتضاه لا يمكن أن يصدق المقدم والتالى معا فى القضية الشرطيةِ المنفصلة، وقد سار بول فى ركب التقليديين فى هذه النقطة.

(٤) دالة التضمن implicative function: صيغة تتألف من قضيتين ارتبطتا بأداة الشرط، وصورتها الرمزية (ق ⊃ ل)($p \supset q$)، ونقرؤها (ق تتضمن ل) أو (إذا كان ق، حينئذ ل)؛ ومن الواضح أن دالة التضمن هى صورة القضية الشرطية المتصلة. يعطى أصحاب البرنكبيا تعريفات عدة لثابت التضمن فى سياقات مختلفة، نذكر منها التعريف الآتى: "إما أن يكون المقدم كاذبا أو أن يكون التالى صادقا"؛ لكن المناطقة من فيلون الميغارى والرواقيين إلى فريجة ومن تلا أصحاب

---

[٣٦] انظر الفقرة ٣٥.

البرنكبيا رأوا أن دالة التضمن تصدق إذا صدق المقدم والتالى معا، أو إذا كذبا معا، أو إذا كذب المقدم وصدق التالي، وأن تكذب إذا صدق المقدم وكذب التالى. لا يتعارض تعريف برنكبيا مع هذا التعريف بطبيعة الحال، لأنه يمكن دمج التعريفين فيقال "تصدق دالة التضمن إذا كان من المستحيل أن يصدق المقدم ويكذب التالى".

حـ- لقد تحير كثير من المناطقة بعد برنكبيا فى إدراك التمييز بين علاقة التضمن - وهى علاقة منطقية - وعلاقة العلية وهى علاقة ليست منطقية، ذلك لأن المنطق التقليدى - حتى أيام كنط - كان يرى أن القضية الشرطية المتصلة تعبر عن علاقة علية أو علاقة أساسى ground (وهو المقدم) بما تترتب عليه consequent (وهو التالى). لا شك أنه قد عرف أصحاب برنكبيا أن علاقة التضمن علاقة منطقية بحتة، بالرغم من أن القضية الشرطية المتصلة - التى تصاغ فى صورة تضمن - قد تعبر عن علاقة علية، لكنهم لم يوضحوا التمييز بين التضمن والعلية ولقد وصل المناطقة من بعد إلى أن المقصود بدالة التضمن لا مجرد تقرير علاقة مقدم بتال، وإنما الوصول من هذه الدالة إلى صيغة أخرى تلزم عنها، وتصبح الصيغة الأخرى هى التى تعبر عن علاقة منطقية، نقول هذه النقطة بعبارة أخرى: (ق ⊃ ل) تتضمن أن تعبر بذاتها عن علاقة منطقية، وإنما الصيغة (ق ⊃ ل) تتضمن أن (لا - ل ⊃ لا - ق) دالة تضمن وتعبر عن علاقة منطقية أساسية[٢٧].

د- يستعين أصحاب البرنكبيا بتلك الدالات الأربعة الرئيسية لاشتقاق دالات أخرى ونكتفى هنا بذكر إحداهما، وهى "دالة التكافؤ" equivalence function،

---

(٢٧) قارن: D. Mitchell, An Introduction to Logic, London, 2nd ed. 1964, pp. 63-4.

رمز التكافؤ هو العلامة ≡ ، وصيغة دالتها هى "(ق ≡ ل) (p ≡ q)"، وقاعدة هذه الدالة أن تصدق إذا صدقت القضيتان معا، أو إذا كذبتا معا، لكنها تكذب إذا اختلفت قيمة صدقهما،وقد وضع أصحاب البرنكبيا تعريفا لدالة التكافؤ بواسطة دالتى التضمن والربط وهو الإتيان بدالتى تضمن اختلف موضع المقدم والتالى فى إحداهما عنه فى الأخرى، ثم ارتباط الدالتين بثابت الربط، والصيغة الرمزية لتعريف دالة التكافؤ هى: (ق≡ل) = "(ق ⊃ ل). (ل ⊃ ق)"$P \equiv q = (p \supset q)\ (q \supset p)$. نقول عن القضيتين (الكواكب تدور حول الشمس) (بالشمس قوة جاذبية) إنهما متكافئتان، بمعنى أن القضية (إذا كانت الكواكب تدور حول الشمس فإن الكواكب تدور حولها)، أو بمعنى (الكواكب تدور حول الشمس تكافىء بالشمس قوة جاذبية) تساوى (إذا كانت الكواكب تدور حول الشمس فبالشمس جاذبية وإذا كان بالشمس جاذبية فإن الكواكب تدور حولها). نلاحظ على دالة التكافؤ أن ليس المقصود أن يكون معنى القضيتين المتكافئتين واحدا وإنما نعنى فقط أن قيمة الصدق فيهما واحدة[٢٨] ونلاحظ هنا أن دالة التكافؤ دالة جديدة فى برنكبيا: نعم لقد عرف فريجة المساواة أو الهوية (وهما عنده مترادفتان) وأعطاهما رمز التكافؤ هنا ورأى أن القضيتين اللتين بينهما مساواة متكافئتان فى المعنى ويمكن استبدال إحداهما

---

(٢٨) انظر: principia, pp. Xv-xvi, 6-7. وأيضا:

Russel, Introduction to Mathematical Philosophy. London, 1948, pp. 146-8.

بالأخرى[٢٩] لكن أصحاب برنكبيا هم الذين طوروا هذه النقطة وأضافوا إليها تعريف الدالة.

هـ- توضح الفقرات السابقة معنى القضية المركبة، فهى قضية مؤلفة من قضيتين ذريتين أو أكثر ارتبطتا بأحد الثوابت المنطقية، وهى نوع من القضية غريب على المنطق التقليدى، نعم عرف أرسطو القضايا التى تدخل عليها واو العطف وأداة الفصل وأداة الشرط لكنه لم يعط نظرية فى معنى هذه الثوابت، ولا فى أحكام تلك القضايا وقواعد استنباط بعضهما من بعض ولأصحاب برنكبيا فضل كبير فى تطويرها بدأه فريجة وبيانو ببحث عن تلك المواقف.

٧٢- القضية العامة:

أ- سوف نذكر تحليل رسل وأصحاب برنكبيا للقضية العامة (أو الكلية) كاملا فى فصل تال حين نتعرض لنظرياتهما عن دالة القضية ولكن نكتفى هنا بالإشارة إلى ثلاث نقط فى موقف رسل من القضايا العامة، وهى ثالث أنواع القضايا فى تصنيفه. أولا: ليست القضية العامة حملية كما ظن التقليديون، وإنما هى فى حقيقتها قضية شرطية متصلة. تعنى القضية (كل إنسان فان) أنه (إذا كان هـ إنسانا فهو بالضرورة فان) وحين ذكر رسل هذه النقطة أرجع الفضل فى معرفته لها إلى برادلى الذى أعلنها فى كتابه مبادىء المنطق Principles of Logic الذى نشر عام ١٨٨٣، وساق رسل مثل برادلى هذا المثال: "المخطئون سوف يقدمون للمحاكمة" Trespassers prosecuted تعنى أنه "إذا ارتكب شخص ما خطيئة فإنه سوف

(٢٩) راجع: Translations from the Philosophical Writings of G. Frege, by Geach and Black, p. 12.

يحاكم"[30]. ومن الغريب أن يقرن رسل هذه الفكرة ببراد لى فى عام ١٩١٨، وكان ينبغى أن يرجع رسل الفضل إلى فريجة الذى عرف هذه النقطة منذ ١٨٧٩ (وعرف رسل فريجة وأعماله بعد عام ١٩٠١)، أو أن يرجع الفضل إلى بيرس الذى عرف هذه النقطة منذ ١٨٦٧[31].

ب- مادامت القضية العامة شرطية متصلة، فإنه ليس من الضرورى أن تنطوى على تقرير وجود واقعى لأفراد موضوعها؛ إن القضية الشرطية لا تقرر شيئا. القضية (كل إنسان فان) لا تقرر وجود آدميين فى الواقع، ثم نحكم عليهم بالفناء؛ وإنما تقول فقط إنه إذا كان هناك آدميون لزم أن يكونوا فانين. ونلاحظ أن كل صيغ القوانين العلمية من هذا النوع من القضايا: "أى يمكننا أن نحكم بصدقها حتى لو لم يكن لموضوعها أمثلة في الواقع. خذ القانون: (كل الأجسام المتحركة التى لا تؤثر فيها قوة خارجية عليها تعتمر فى حركتها حركة مطردة فى خط مستقيم). إنها قضية صادقة حتى لو لم يوجد جسم متحرك لا تؤثر فيه قوة خارجية عليه، وكان يمكن للقضية أن تنطوى على وجود واقعى لو كان فى الكون جسم واحد، وهو باطل، ورغم ذلك فالقضية صادقة ويوضح رسل رأيه فى عدم وجوب تقرير القضية العامة لوجود واقعى لموضعها بالمثال "كل إغريقى إنسان": لا تقرر هذه القضية وجودا واقعيا للإغريق، فإذا أرادت بالقضية أن تعطى هذا التقرير، لزم أن تضيف القضية "ويوجد إغريقى" بحيث إذا حدث أن ليس هنالك إغريق، تصبح القضيتان "كل إغريقى إنسان"، "لا إغريقى إنسان" صادقتين معا[32]. نلاحظ أنه قد سبق لبول

---

(30) Logic and Knowledge, P. L. A., p. 237.

(٣١) قارن الفقرات ٣٧، ٥٣ أ.

(٣٢) P. L. A., p. 229؛ انظر أيضا:

Russell, My Philosophical Development, pp. 66-7.

وفريجة أن أدركا هذه النقطة لكن لم يلقيا عليها ضوءا كافيا يتناسب وأهميتها، مثل الأهمية التى أعطاها لها رسل[٣٣].

حـ- وصل رسل من النقطتين السابقتين فى تحليل القضية العامة إلى أن بعض قوانين المنطق كاذبة، نعنى بعض قوانين التقابل بين القضايا، وبعض قوانين الاستدلال المباشر حيث رأى التقليديون أن القضيتين المتناقضتين لا تصدقان معا، بينما رأى رسل أنهما تصدقان معا إذا دل موضوعهما على صنف فارغ؛ رأوا أن القضيتين المتضادتين لا تصدقان معا بينما رأى رسل أنهما تصدقان إذا توفر الشرط السابق؛ رأوا أنه إذا صدقت الكلية صدقت الجزئية المتداخلة معها،بينما رأى رسل أن الجزئية لا تصدق إذا كان موضوع الكلية فارغا، إذ لا يمكن الانتقال من لا وجود إلى وجود؛ ورأوا أن الكلية الموجبة تعكس إلى جزئية موجبة وأنهما متكافئتان فى المعنى والصدق، بينما رأى رسل أنهما لن يكونا متكافئتين إذا كان الموضوع فارغا.وبالمثل يصبح الضرب الأول من الشكل الثالث من أشكال القياس التقليدى فاسدا إذا لم يكن لموضوع المقدمات أفراد فى الواقع، لأننا ننتقل من مقدمتين كليتين إلى نتيجة جزئية، أى ننتقل مما لا ينطوى على تقرير وجود واقعى إلى تقرير وجود واقعى، وهو باطل وسوف نختار أمثلة توضيحية قليلة فيما يلى: إذا قلنا أن (الجياد المجنحة مفترسة) صادقة، صدقت أيضا (بعض الجياد المجنحة ليست مفترسة) لأننا إذا قلنا أن الأخيرة كاذبة طبقا لقانون عدم التناقض فإننا نتضمن أن هنالك حصانا مجنحا واحدا على الأقل قد يكون مفترسا، وهو باطل فليس للموضوع

[٣٣] قارن الفقرات ٢٨ب، ٥٢أ.

وجـود واقعـي[٣٤]. القضيتان (كل حصان مجنح)، (لا حـصان مجنـح) تصدقـان معـا. ويقول رسل – في سياق فساد الضرب الأول من الشكل الثالث – أنه قد تحطمت محاولات ليبنتز الجادة لإقامة منطق رياضي على صخرة هذا الضرب، لأنه كان يصل في كل محاولته إلى هذا الضرب الجديد، فلا يصدق نفسه لاعتقاده بعصمة أرسطو، فيبدأ محاولته من جديد، وهكذا[٣٥].

٧٣- القضية العامة عمومية تامة:

أ- القضية العامة عمومية تامة وهي رابعة أنواع القضايا التي درسها رسل، وكان يقصد بها القضايا المنطقية (أو الحقائق المنطقية) كما كان يقصد بها كل قضايا الرياضيات البحتة التي لا تحوي غير حدود منطقية خالصة. وهناك أمثلة لهذا النوع من القضايا: (١) إذا كان "أ" يتضمن "ب"، و"ب" يتضمن "حـ"، فإن "أ" يتضمن "حـ") (الرموز هنا متغيرات لقضايا)، (٢) "إذا كان كل أفراد "أ" أفراد في "ب" وكل أفراد "ب" أفراد في "حـ"، فإن كل أفراد "أ" أفراد في "حـ"، (الرموز هنا متغيرات لأصناف)، (٣) "إذا كان كل أفراد "أ" أفرادا في "ب"، و"هـ" أحد أفراد "أ"، فإن "هـ" فرد في "ب"" ("هـ" متغير يرمز إلى العضو في صنف)[٣٦] لكن وجد رسل صعوبة كبرى في تعريف القضية المنطقية بالبحث عن خاصة تمييزها عن القضايا الأخرى.

---

(٣٤) Logic and Knowledge, P. L. A., p. 229. انظر أيضا:

Russell, Intruction to Mthematical Philosophy, pp. 163-4.

وسوف نرمز إلى الكتاب الأخير فيما بعد بالرموز I. M. P.

(٣٥) Logic and Knowledge, op. Cit.,p. 230. انظر أيضا:

S. Stebbing A Modern Introduction to Logic, London, 2nd ed., 1933, p. ix.

(36) Logic and Knowledge, P. L. A., pp. 237-240.

وتلخص النقط التالية ما وصل إليه رسل فيما بين الأعوام ١٩١٨ و١٩٣٧ فـي معنـى القضية المنطقية. (١) قـد نقـول أن القضيـة المنطقيـة قضيـة تحليليـة،ونعنـي بالتحليلية ما نقيضها مستحيل، لكن يجب ألا نقنع بهذه الخاصة لقصورها، لأنـها تستند إلى قـانون عـدم التنـاقض، وهـو ذاتـه أحـد القضايا المنطقية التـي نريد البحـث عن خاصتها[٣٧]. (٢) القضية المنطقية هي ما يمكننا معرفتها على نحو قبلـي، ومن ثم فـهي متميزة تماما عن القضايا التجريبية، لكن بـالرغم مـن أن السمة القبلية قائمـة فـي كـل قضية منطقية غير أنها ليست خاصة فيها بقدر ما هي خاصـة لمعرفتنـا لهـا. (٣) قـد نقـول إن القضيـة المنطقيـة تحصيـل حـاصل، tautology، وتلـك خاصـة ممـيزة، ويرجـع الفضـل فـي إبرازهـا إلى فتجنشـتين حـين قـال إن حقـائق المنطـق وكـل قضايـا الرياضيات البحتة تحصيل حاصل، لكن فتجنشتين – فيما يقول رسل – لم يعط حتـى عام ١٩١٩ معنـى دقيقـا لتحصيل الحـاصل، إذ لم يكـن قـد نشر كتابه الأول بعـد، ولم يحاول رسل إعطاء تعريف من عنده[٣٨].

ب– حين نشر فتجنشتين كتابه الأول رسالة منطقية فلسـفية Tractatus Logic- Philosophicus عام ١٩٢١، دون فيه – من بين مـا دون – رأيه فـي يقـين القضيـة المنطقيـة، ممـا نوجزه فـي العبـارات الآتيـة: حـين نقـول أن القضيـة المنطقيـة تحصيل حاصل لا نعنى أنـها لا تقـول شيئا، وإنمـا نعنـي أنها لا تقـول شيئا عن العـالم الخـارجي؛ القضيـة المنطقية صادقة دائمـا وضرورية، وينشـأ صدقـها وضروريتـها عـن

---

[٣٧] للقضية التحليلية معنيان على الأقل: (أ) ما تعبر عن حقيقة منطقية بالقياس إلى تعريـف الألفـاظ أو الرموز التي ترد فيها، (ب) ما تكون تحصيل حاصل وهي القضية التي تعبر عن قانون الهوية التي يـؤدي إنكارها إلى الوقوع في تناقض.

[38] Logic and Knowledge, P. L. A., pp. 240 –1.;I. M. P., pp. 202-5.

تركيب لغوى معين صيغت فيه، واستخدام معين للألفاظ التى ترد فيها؛ إن بعض قواعد التركيب اللغوى وبعض قواعد استخدامنا للألفاظ من صنعنا وإصطلاحنا، ويمكننا تغييرها إن شئنا، لكن بعضها الآخر ليس كذلك،بل هى معطاة لنا إن حقائق المنطق تنتمى إلى النوع الثانى الذى يكون معطى لنا ولا نملك تغييره، وعندما نكتشف صدق القضية المنطقية فسرعان ما نحلل القواعد التى يخضع لها تركيبها اللغوى، وذلك يعنى أن قواعد اللغة وقوانين الفكر مرتبطان أشد ارتباط[٣٩]. ولقد تأثر كثير من المناطقة برأى فتجنشتين ونادوا بنظرية فى يقين المنطق لم يقصد إليها رائدهم، مؤداها أن حقائق المنطق مبنية على قواعد استخدامنا فى اللغة، وما دامت هذه القواعد من صنعنا، فإنه يجب أن تكون حقائق المنطق من صنعنا كذلك، وتسمى هذه النظرية (نظرية المواضعة المنطقية Logical Conventionalism، بدأها الوضعيون المناطقة مثل شليك schlick (١٨٨٢-١٩٣٦). وكارناب Carnap(١٨٩١ -) وتابعهما مناطقة آخرون مثل بوست Post (١٨٩٧- ١٩٥٤) ولوكاشيفتش (١٨٧٨ - ١٩٥٦) وتارسكى Tarski (١٩٠٢ -) وكوين Quine وستروسن Strawson[٤٠] وسوف نتناول هذه النظرية فى الفقرتين التاليتين. أما رسل فحين قدم كتابه مبادىء الرياضيات للطبعة الثانية عام ١٩٣٧

---

(٣٩) انظر: L. Wittgenstein, Tractatus Logico- Philosophicus trans. By Pears and Mcguiress, London 1961, SS 4. 46 ff, 6. 124.

(٤٠) انظر:

R. Carnap, The Logical Syntax of Language, London, 1937.
A. Tarski, (The Semantic Conception of Truth).
Quine, (Truth by Convention).

أعيد نشر المقالتين الأخرتين فى:

Readings in Philosophical Analysis, ed. By Feigl and Sellars N. Y. , 1949 انظر أيضا
Quine, From a Logical Point of View, 2nd ed. 1961, Harvard
Strawson, Introduction to Logical Theory.

بمقدمة جديدة غير مقدمة الطبعة الأولى ليسجل فيها المواقف التى كان قد نادى بها عام ١٩٠٣ وارتد عنها أو تعداها وطورها ويزيد من مواقفه التى ثبت عليها، أشار إلى أنه ليس لديه جديد يقوله فى توضيح معنى القضية المنطقية، كما أشار إلى رفضه لنظرية المواضعة حيث أعطت قوانين المنطق تفسيرا لغويا مسرفا[41]. فإذا أردنا الآن الإشارة إلى الموقف الذى اتفق فيه كل من رسل وفتجنشتين حول القضية المنطقية، قلنا إنها - عندهما - صادقة دائما، ولا يعتمد صدقها على ملاحظات حسية أو تحقيق تجريبى، ولا يكذبها أى مثل تجريبى، وإننا لندرك صدقها حالما نفهم معانى الألفاظ الواردة فيها ونعرف استخدامها الصحيح، وأنها على علاقات معينة مثل الهوية وعدم التناقض والتضمن.

٧٤- قوانين المنطق ونظرية المواضعة

أ- نتوقف فى هذه الفقرة والفقرة التالية عن الاستمرار فى عرض منطق رسل وأصحاب البرنكبيا، لنوجز نظرية المواضعة المنطقية ونعلق عليها حيث يختلف أصحاب النظرية فيما بينهم فى كثير من التفاصيل[42]، لكن يمكن إجمال جوهر النظرية فيما يلى. إن اللغة ابتكار إنسانى، وإن الإنسان هو صانع الألفاظ وقواعد استخدامها وقواعد تركيبها فى عبارات. حين اصطنع الإنسان اللغة، ربط كل لفظ بمعنى ثابت أو كاد يكون ثابتا؛ واللغة فى تطور مستمر، فهنالك ألفاظ تتطور معانيها حسب الحاجة، كما أن ألفاظا جديدة تدخل فى اللغة لم تكن بها من قبل حسب الحاجة أيضا فحين نقول أن اللغة مواضعة إنسانية نستبعد أن تكون من صنع فرد

(41) Russell, The Princiaples of Mathematica, Introd, to 2nd ed., 1937, pp. Ix, xii.

(42) تجد بعض تفصيل لنظريات هؤلاء فى:

Kneale, The development of Logic, pp. 630- 51.

معين أو من صنيع عدد محدود من الأفراد ابتكروها بإرادتهم واختيارهم، بنفس الطريقة التي نقول فيها إن قواعد لعبة الورق أو الشطرنج أو أى لعبة أخرى من صنع فرد معين باختياره يمكننا أن ننتقل بعد هذه الكلمة فى طبيعة اللغة عن نظرية المواضعة إلى تفسيرها الصدق والضرورة في قوانين المنطق.

ب- يمكن تقسيم الألفاظ من حيث استخدامنا لها قسمين: ألفاظ بنائية structural words، وألفاظ غير بنائية non- structural words، ومن أمثلة الألفاظ البنائية: كل، بعض، إذا ، لا ، و ، أو، والألفاظ الدالة على علاقات وسائر الألفاظ التى تربط بين كلمتين أو أكثر ليتألف منها جمل مفيدة، أما الألفاظ غير البنائية فهى سائر مفردات اللغة من أفعال وصفات وأسماء عامة وأسماء أعلام، خذ القانون المنطقى: (إذا كان "أ" حينئذ "ب"، وإذا كان "ب" حينئذ "حـ"، فإنه إذا كان "أ" كان "حـ") - هذا القانون ضرورى لأننا إذا عوضنا عن "أ" و "ب" و"حـ" بجمل مفيدة، يصبح القانون صادقا دائما، لأنه يتسق مع استخدامنا المألوف لكلمة (إذا) أو أنه صادق بالقياس إلى قواعد استخدامنا لأداة الشرط[43]. خذ الجمل الآتية: إذا كان محمد أعزب فهو غير متزوج، إذا كان يونس جدا لمصطفى فهو والد والد مصطفى، كل الأخوة ذكور، كل الأخوات إناث - إنها أمثلة لقضايا ضرورية تنشأ ضروريتها عن استخدام صحيح للكلمات التى ترد فيها. إننا نستخدم كلمة (أعزب) لتعنى كلمات (غير متزوج). (جد) لتعنى (والد والد) ، وهكذا؛ كأن قواعد استخدام الألفاظ بمثابة أوامر: لا يستخدم (أعزب) إلا إذا كنت تعنى (غير متزوج) ومن ثم فتلك القضايا صادقة بالتعريف. خذ الآن مثالا يوضح أن تسليمنا بقانون عدم

---

(43) Quine, (Truth by Convention), in Readings in Philosophial Analysis, ed. By Geigl and Sellars, p. 262.

التناقض ناشىء عن قواعد استخدامنا لألفاظ اللغة. إن اللغة ألفاظا مترادفة يتسق بعضها مع بعض، كما أن بها ألفاظ لا يتسق بعضها مع بعض؛ (أعزب) و (غير متزوج) لفظان متسقان، (أسود) و (مربع) متسقة، لأنه يمكنك إسنادهما معا إلى شىء واحد، مثلما نقول أن السبورة سوداء مربعة، لكن (أسود) و (أبيض)لفظان متقابلان لا يتسقان، إذا قلنا (هذه السبورة سوداء بيضاء) نقول ألفاظا غير متسقة بعضها مع بعض لأننا أسندنا إلى شىء ما صفتين لا يتسق استخدامنا لإحداهما مع استخدامنا للأخرى[٤٤]. تنتهى نظرية المواضعة المنطقية من ذلك إلى القول إن ضرورة قواعد المنطق ليست لغزا، وإنما تقوم فى القواعد التى تواضع الناس عليها فى استخدامهم للألفاظ، وما دامت هذه القواعد من صنعنا، فكذلك قوانين المنطق[٤٥].

٧٥- نقد نظرية المواضعة:

أ- نقدم على النظرية السابقة الملاحظات الآتية: (١) نستخدم (مواضعة) أو (اصطلاح) على قاعدة ما بمعنى ما يسمح بالإتيان ببديل بها أو بتغييرها، ومن المألوف أيضا أن نستخدم (ضرورى) بمعنى ما لا يمكن تجنبه أو ما لا اختيار لنا فى تغييره، ومن ثم لا يمكن للقضية الضرورية أن تكون اصطلاحا أو مواضعة.

(٢) نستخدم كلمة (أحمر) مثلا للدلالة على لون معين وافرض أنى أعلنت أنى سأستخدم (أحمر) للدلالة على ما يعنيه الناس حين يستخدمون كلمة (أبيض) وأنى

---

[44] Strawson, Introduction to Logical Theory, London, 1952, pp. 6-8.

[45] انظر: Kneale (Are Necessary Truths true by Convention?), in P. A. S. S.; Vol. xxi, 1947.

وقد أعيد نشرها فى:

Clarity is not Enough, ed. By H. D. Lewis, London, 1963, p. 137.

سأستخدم (أخضر) للدلالة على كلمة (أبيض) كما يستخدمها الناس، وقمت بتغيير مماثل لكلمات أخرى - في الواقع سوف أعطى معانى لكل الكلمات غير المعانى التى ألفها الناس. لا بأس من هذا الإجراء ولا غبار على استخدامى لغة جديدة، ولو أن هذه اللغة صناعة فردية لا يستخدمها سواى، لكن إذا أدركنا أن اللغة جعلت للتفاهم بين عدد عديد من الأفراد، جاء الإجراء الجديد باطلا.

(٣) القول إن قوانين المنطق تقوم على قواعد استخدام الألفاظ يعنى أن الناس قد مروا بمرحلة كانوا يتفاهمون برموز لغوية قبل أن يدركوا قواعد المنطق، وليس هذا صحيحا. نعم، حين تكلم الإنسان وتفاهم مع غيره باللغة،لم يكن قد نشأ بعد علم المنطق، وبالرغم من ذلك كان الإنسان يستخدم قواعد المنطق من حيث لا يشعر؛ بل كان يدرك تصورات منطقية حتى دون استخدام كلمات مناسبة. خذ مثالا: افرض أنى أعرف معنى كلمة (أحمر)، وافرض أنى وقعت على شئ ليس أحمر اللون. لكننى لم أعرف على وجه التحديد الكلمة الدالة على ذلك اللون الآخر؛ يمكننى أن أقول (هذا ليس أحمر)، وتدل هذه العبارة على استخدام صحيح للغة؛ ذلك يعنى أنى مدرك لفكرة السلب قبل أن أتعلم مفردات اللغة التى لا يتسق استخدام بعضها مع استخدام بعضها الآخر. يمكن للمدرس أن يعلم الطالب كيف يستخدم كلمات النفى فى لغة ما، لكنه يفترض حينئذ أن لدى الطالب تصورى الإثبات والسلب ابتداء، وإلا لا يستطيع الطالب استخدام أدوات النفى استخداما صحيحا. نضيف إلى ذلك أن معرفة الإنسان لقواعد اللغة والاستخدام الصحيح للكلمات ليست فى ذاتها معرفة قواعد المنطق وليست الأولى سابقة على الثانية. خذ القضية (محمد أعزب إذن فهو غير متزوج)؛ نقول عن هذه القضية أنها ضرورية، ونسند الضرورة إلى ترادف (أعزب) و (غير متزوج)، أو نقول إنها تعبير عن مبدأ الهوية. ذلك تفسير غير صحيح، لأن الترادف

فى ذاته لا يحمل معنى الضرورة. لعل الأصدق أن نقول إن إدراكى لمبدأ الهوية هـو سبيلى إلى إدراك معنـى الترادف ويمكننـا أيضـا أن نعـثر علـى مبـدأ الهويـة دون استخدام مترادفين مثلما أقول أن (أ هـو أ): هـذه الصيغة ضرورية لكـن ما القاعدة اللغوية التى أتخذها أساسا للضرورة، سوى أن أقول إنـها تثبت أن الشىء هـو نفسه، وهذا هو ذاته مبدأ الهوية.

(٤) لا نعترض على القول أن القضية المنطقية قضيـة تحليلية. نعم هـى كذلك. لكـن حين يقـول أصحاب نظرية المواضعة ذلك، يعنـون أن القضيـة المنطقية صادقـة بالتعريف أى أن بعض حدودها مـرادف لبعضها الآخـر أو جزء مـن معناه. نلاحظ هنا أن السمة التحليلية للقضية المنطقية لا تفسر الضـرورة، أو أن هـذه السـمة ذاتـها محتاجة إلى تفسير. القضية (كل الكواكب تدور حول الشـمس) صادقة بالتعريف، أى هكـذا نفهم معنى (كوكب) لكـن ليست هـذه القضية منطقية[٤٦]. ومـن ثـم لا يزال السؤال قائما: لم تكـون القضيـة التحليلية ضرورية؟ الجـواب السريع هـو أن ضرورتها ناشئة عن أنها تنطوى لا على ترادف أو استخدام صحيح للكلمات، وإنما على استخدام مبادىء الهوية وعـدم التنـاقض والتضمن. وهنـا لا نـزال نسـأل، ما الأساس الذى يجعلنا نسلم بهذه المبادىء منذ البدء؟

ب- نظرية المواضعة فـى تفسـير يقـين قوانـين المنطـق نظريـة قـاصرة إن صحت الملاحظات السابقة ولا يعنى قصورها أننا ننكر الصلة بين قواعد اللغة وقوانين المنطق، ولا ننكر الصلة بل نثبتها، وإنما نقترح تفسيرا جديـدا لتلـك الصلـة: هنـالك صلة غير مباشرة بين قواعد اللغة وقوانين المنطـق لكـن الصلة مباشـرة بين قوانين

---

(٤٦) انظر: Kneale, op. Cit., 133-8؛ أيضا:
Mitchell, Introduction to Logic, pp. 133-165.

المنطق وعدد من التصورات الأساسية فى عقل الإنسان كالسلب والربط والفصل والشرط والتعدى ...إلخ. إننا ندرك هذه التصورات ابتداء حتى قبل أن نستخدم اللغة، ثم يأتي دور الألفاظ للتعبير عنها (أو إن شئنا الدقة إن استخدام اللغة ويقظة التصورات من كمونها متلازمان ولا سبق لأحدهما على الآخر من حيث الزمن). حين نضع قواعد استخدمنا لألفاظ اللغة، نجد أنها تتسق مع تلك التصورات الأساسية. ليست هذه أفكارا فطرية وإنما هى استعدادات طبيعية يكشف عنها استخدمنا للغة وصياغتنا لقواعدها إنها استعدادات لا نملك تغييرها بل إننا نفكر على هداها ويتسق هذا الاقتراح مع معطيات النسق الاستنباطى حين نبدأ العلم – أى علم – بمجموعة من أفكار أولية نأخذها بلا تعريف، ثم تؤلف منها مبادىء أولية نسلم بها بدون برهان. إنها أفكار ومبادىء أكثر وضوحا من غيرها، ونستنبط منها غيرها ولكي نوضح موقفنا بمثال واحد كنموذج حيث تقوم قوانين عدم التناقض والتضاد والعكس والهوية ...... إلخ على طبيعة القضية الحملية وطريقة تركيبها. ولكن لا تقوم ضرورة قوانين القضية الحملية على قواعد المسند والمسند إليه أو قواعد المبتدأ والخبر، وإنما تقوم على تصورنا الأساسى للشىء وصفاته. إن التمييز بين أى شىء وصفاته ليس تمييزا تجريبيا، لا أتعلمه ولا اكتشفه وإنما هو معطى لى. ينطوى تصور الثنائية بين الشىء وصفاته على تصور أن لا شىء يمكن أن يوجد من غير صفات تحمل عليه، سواء كان هذا الشىء قلم الرصاص الذى فى يدى أو كان الله، ولا شىء يمكننى أن أدركه أو أن أعرفه إلا عن طريق صفاته. ومن جهة أخرى، لا وجود لصفة فى ذاتها – الصفة دائما صفة لشىء وإلا لا معنى للصفة. ذلك معطى أول للفكر الإنسانى، هكذا يرى الإنسان الأشياء من حوله، ولا بديل له كمنظار آخر للرؤية. افرض أنى قلت: (قبرص جزيرة)، وقيل: وما الجزيرة؟ وقلت: قطعة أرض محاطة

بالماء. وقيل: وما قطعة الأرض؟ وقلت: شيء مادى، وقيل: وما الشيء المادى؟ حينئذ لا أستطيع الإجابة، ولا يستطيع أحد. إنه تصور أولى يدل على الفرد - أعرفه ويعرفه الجميع من تلقاء أنفسهم بلا شرح أو تعلم، ومن ثم نصل إلى علاقة ضرورية بين الشيء وصفاته، أو بين الموضوع ومحمولاته. ينتج من هذه الضرورة - التصور الأولى للشيء وتصورات أخرى كالسلب والتضمن ......إلخ إنه إدراكى المباشر لكل قوانين التقابل بين القضايا وكل قواعد الاستدلال.

الفصل الرابع عشر

منطق رسل ووايتهد(٢)

نظرية حساب القضايا

٧٦- مقدمة:

نظرية حساب الأصناف أولى نظريات المنطق الرمزى من الناحية التاريخية، وبول واضع مبادئها؛ لكن النظرية (حساب القضايا) Prepositional Calculus تعتبر سبقا منطقيا عليها، لأنها الأساس الذى تقوم عليه نظرية الأصناف وغيرها من نظريات ذلك المنطق، ويرجع الفضل إلى فريجة فى وضع مبادئها، وقد ساهم بيانو بجهده فيها وتمثل برنكبيا حلقة من حلقات تطوير هذه النظرية؛ ويسميها أصحاب برنكبيا (حساب القضايا) أحيانا، و (نظرية الاستنباط) أحيانا أخرى[1]؛ وللنظرية أسماء أخرى عند مناطقة أو كتاب آخرين مثل (نظرية دالات الصدق) Theory of truth-Functions، ونظرية تركيب القضايا) Theory of statement composition[2]. وتعنى كلمة (حساب) هنا الحساب المنطقى الذى يتناول القضايا بدلا من الأعداد، فى صورة رمزية خالصة وفى صورة متغيرات وثوابت؛ وترمز المتغيرات هنا إلى قضايا لا إلى حدود، كما ترمز الثوابت إلى العلاقات بين تلك القضايا إن موضوع نظرية

---

(1) Principia, I, p. 90.

(2) انظر: Kneale, The Development of Logic, p. 525.؛ وأيضا: Mitchell, Introduction to Logic, p. 19.

حساب القضايا هو الاستنباط – استنباط قضايا من أخرى بالقياس إلى صورتها المنطقية فقط، ووضع قواعد هذا الاستنباط[3] ونلاحظ أخيرا أن القضايا المركبة – التي عرفنا معناها في الفصل السابق، وما تحوى من ثوابت ومتغيرات ومصطلح رمزى ودالات صدق – هي نقطة البدء في هذه النظرية.

٧٧– الاستنباط:

يعرف رسل الاستنباط بأنه العلمية التى ننتقل بواسطتها من معرفة قضية – كمقدمة – إلى معرفة قضية أخرى – كنتيجة، وأن يستلزم هذا الانتقال وجود علاقة أو علاقات معينة بين المقدمات كأساس للوصول إلى النتيجة، والعلاقات المنطقية متعددة، أكثرها أهمية علاقة التضمن، أو ما نعبر عنها بقياس شرطى متصل. لقد كانت هذه العلاقة هي الأساسية والوحيدة في كل استنباط في المنطق التقليدى. لكن رسل يصرح أن حساب القضايا يقدم لنا علاقات منطقية أخرى، كما يقدم نماذج من الاستنباط غير القياسى[4]. حين نقول أن علاقة التضمن علاقة منطقية أساسية، لا تعنى أن أغلب قضايا المنطق تتخذ الصورة (أ تتضمن ب)، وإنما تعنى أن كثيرا من قوانين المنطق يمكن ردها إلى هذه الصورة: فإذا قلنا "إذا صدقت القضية "أ" كذبت القضية المناقضة لها "ب"، كأننا نقول ("أ" صادقة تتضمن لا – "أ" كاذبة)، وإذا قلنا أن القضية الكلية السالبة تعكس إلى كلية سالبة، كأننا نقول، (لا "أ" هو "ب") تتضمن (لا "ب" هو "أ").

(3) M. Black, The Nature of Mathematics, pp. 42, 48.
(4) Russell, I. M. P., pp. 145 – 6.

٧٨- الأفكار الأولية والتعريفات

أ- نظرية حساب القضايا أول خطوة من خطوات تطبيق المنطق الاستنباطي في المنطق على نحو تام، وتبدأ بوضع عدد معين من الحدود الأولية، وعدد معين آخر من التعريفات،وعدد معين ثالث من المقدمات الأولية منذ البدء، نستنبط منها قضايا أخرى نسميها (نظريات) theorems، مع الاستعانة بما يسمى (قواعد الاشتقاق) أو (قواعد الاستدلال). حيث نبدأ بالحدود الأولية أو (الأفكار الأولية) Primitive notions. نسميها (أولية) لأننا نأخذها بلا تعريف، وقد رأى أصحاب البرنكبيا أن نبدأ النسق المنطقي بفكرتين لا معرفتين هما السلب والفصل[٥] وجعلوا من هاتين الفكرتين أوليتين، ليس لأنهما تسندهما ضرورة منطقية أو أساس قبلي، وإنما لأنهما أكثر وضوحا وبساطة من غيرهما من الأفكار[٦]، وبالرغم من أن السلب والفصل أوليان، فإنه يمكن شرحهما، وقد شرحناهما حين تحدثنا عن الثوابت ودالات الصدق في الفصل السابق.

ب- بعد الأفكار الأولية، تأتي (التعريفات) definitions؛ وقد أعطى أصحاب برنكبيا تعريف الثوابت المنطقية الباقية بعد السلب والفصل، وهي الربط والتضمن والتكافؤ، وقد أوردناها فيما سبق[٧] ونقدم الآن هذه التعريفات في صورة رمزية:

تعريف الربط: "(ق.ل) = (~ (~ق v ~ل))": p q = - (- pv ~ q) ;

---

[٥] لقد جعل فريجة السلب والتضمن أفكارا لا معرفة في نسقه لحساب القضايا، انظر الفقرة ٥٨ب، ولبيانو سبع أفكار أولية، انظر الفقرة ٤٦ب؛ انظر أيضا: Principia, I, p. 12.

[6] Principia, I, p. 12.

[٧] انظر الفقرة ٧١.

تعريف التضمن: "ق ⊃ ل = − (ق − ل)": $p \supset q = -(p . -q)$ أو "ق ⊃ ل = − ق v ل" $p \supset q = -p \vee q$؛ تعريف التكافؤ: ق ≡ ل = [(ق ⊃ ل) . (ل ⊃ ق)]: $p \equiv q = [(p \supset q) . (q \supset p)]$.[8]

نلاحظ أن أصحاب البرنكبيا يميزون بين ما يسمونه (التضمن المادى) material implication وما يسمونه (التضمن الصورى) formal implication والتضمن المادى هو التضمن السابق ذكره آنفا، وسوف يرد ذكر التضمن الصورى فيما بعد.

حـ- التقى رسل عام ١٩١٤ فى جامعة هارفارد بشيفر shefer الذى اقترح عليه إمكان رد الفكرتين اللا معرفتين فى نسق برنكبيا إلى فكرة واحدة أولية يمكننا بواسطتها تعريف السلب والفصل وسائر الثوابت، هى فكرة عدم الاتساق incompatibility ورمزها (/) وتتخذ دالة الصدق التى تحويها (ق/ل) (p / q) ونقرؤها (ق غير متسقة مع ل)؛ تصدق هذه الدالة إذا كذبت إحدى القضيتين أو كلاهما، وتكذب إذا صدقتا معا، قاعدة هذه الدالة - بعبارة أخرى - هى ألا تصدق القضيتان معا وأنه يجب أن تكون إحداهما على الأقل كاذبة. لقد اقتنع رسل بوجاهة التعديل وأشار على شيفر بإعادة كتابة برنكبيا فى ضوء التعديل، لكن شيفر لم يفعل بل فعلها رسل فى كتبه التالية ولقد رد رسل نفسه دالات الصدق الأربعة الأساسية إلى دالة عدم الاتساق كما يلى:

(١) ق/ق: (p / p): تعنى أن القضية ق غير متسقة مع ذاتها ومن ثم كاذبة. وتلك هى الصورة الجديدة لدالة التناقض (- ق).

---

[8] Principia. I, pp. 8-9.

(٢) ق/ (ل /ل): p/ (q / q): تعنى أن "ق" لا تتسق مع كـذب "ل"، ومن ثم تصبح الصورة الجديدة لدالة التضمن ق ⊃ ل.

(٣) (ق/ق) / (ل/ل): (p/p) / (q/q): وتعنى عدم اتساق كذب القضيتين "ق" و "ل"، أى إذا كذبت إحداهما وجب أن تصدق الأخرى (على افتراض أن الدالة صادقة)، وتلك صورة دالة الفصل "ق" v "ل".

(٤) (ق/ل) / (ق/ ل): (p/q) (p/q): وتعنى أن عدم اتساق ق، ل غير متسق، أى أن من الكذب أن يكونا غير متسقين، أى أنه يجب أن تصدقا معا (على افتراض أن الدالة صادقة)، وتلك صورة دالة الربط ق.ل[٩].

٧٩- القضايا الأولية:

ب- بعد الأفكار الأولية والتعريفات، تأتى القضايا الأولية primitive propositions. (يجب افتراض بعض قضايا بلا برهان، حيث يبدأ كل استدلال من قضايا سبق لنا تقريرها...... تسمى هذه القضايا (القضايا الأولية)[١٠]. نسلم بها، وهى مبادىء النسق أو مصادراته (ولا تمييز الآن بين مبدأ axiom ومصادرة Postulate بعد أن اتضح معنى النسق الاستنباطى فى الهندسة): هذه القضايا الأولية أو المصادرات هى مقدماتنا لاستنباط قضايا أخرى أو ما نسميها نظريات النسق. إن القضايا الأولية - كالأفكار الأولية- أمر اختيار، لا تسنده ضرورة منطقية ويمكن لنسق آخر إقامة مصادرات مختلفة: ويجب أن تتوافر فقط فى المصادرات عند أصحاب البرنكبيا ما يلى: أن تكون

---

(٩) انظر : Principia, I, pp. Xvi- xvii أيضا:
I. M. P., p. 148; Logic and Knowledge, P. L. A., pp. 210-11.

(10) Principia, I, p. 12.

قليلة العدد ما أمكن، وأن تكون خالية من التناقض فيما بينها وألا تتناقض مع ما يشتق منها من نظريات، وأن تكون كل منها مستقلة عن الأخرى بمعنى ألا تشتق إحداها من أخرى، وأن تكون المجموعة كافية adequate لإمكان اشتقاق قضايا صادقة منها[11].

ب- نلاحظ أن عدد القضايا الأولية في برنكبيا لم يكن ثابتا، إذ نجدها سبعة في مقدمة الطبعة الأولى، وإحدى عشر قضية في داخل الكتاب في الجزء الأول[12] بينما نجدها خمسة في كتاب مقدمة الفلسفة الرياضية (١٩١٩)، ويبدو أن التعديل الأخير جاء بعدما اكتشف رسل أن المجموعتين السابقتين للمصادرات في برنكبيا أضافت إلى نسق حساب القضايا بعض القضايا الأولية لحساب دالات القضايا ونورد المصادرات الخمسة فيما يلي:

(١) (ق v ق) ⊃ ق: p V p ⊃p إذا كانت "ق" صادقة أو "ق" صادقة فإن "ق" صادقة؛ وتسمى هذه القضية الأولية (مبدأ تحصيل الحاصل) Principle of tautology.

(٢) ل ⊃ (ق v ق) (p v q) ⊃ P: إذا كانت "ل" صادقة فإن القضية المركبة (ق صادقة أو ل صادقة) تكون صادقة؛ أي تصديق دالة الفصل حين تصدق إحدى القضايا المؤلفة لها؛ وتسمى (مبدأ الجمع) Principle of addition.

(٣) (ق v ل) ⊃ (ل v ق): (q v p) ⊃ (p v q)؛ وتسمى (قانون تبادل المواضع للجمع المنطقي بين القضايا) Premeditative law for logical addition.

(11) Ibid., pp. 12-13.
(12) Ibid., pp. 12-13, 94-7.

(٤) [ق v (ل v م)] ⊃ [ل v (ق vم)]: $[p \ v(q \ \ v \ r)] \supset [q \ v \ (\ p \ v \ r)]$، وتسمى (قانون الترابط للجمع المنطقى Associative law for logical addition.

(٥) (ل ⊃م) ⊃ [(ق v ل) ⊃ (ق vم)] $(q \supset r) \supset [(p \ v \ q) \supset (p \ v \ r)]$، وهو (مبدأ الإضافة Principle of summation)[١٣].

نلاحظ أن قوانين الفكر الثلاثة الأساسية فى المنطق التقليدى سوف تستنبط من تلك المصادرات.

٨٠- قضايا أخرى هامة:

بعد الأفكار الأولية والتعريفات والقضايا الأولية فى حساب القضايا، يقيم أصحاب البرنكيبيا نظريات منطقية مستنبطة من تلك البدايات، مع الاستعانة بقواعد الاستدلال؛ وقبل أن يقدموا ذلك، يقيمون عدة أنواع من القضايا نختار منها ما يلى:

أ- (قضايا بسيطة) يقول عنها برنكبيا أنها (خصائص أساسية بالغة الأهمية لقضايا تبدو فى الاستدلالات)، نجتزىء منها ما يلى:

(١) قانون الثالث المرفوع، وصيغته (ق v – ق)، ونقرؤها؛ إما أن تكون القضبة "ق" صادقة أو كاذبة.

(٢) قانون عدم التناقض، وصيغته (– (ق. – ق): $(p. - p)$ -: من التناقض أن تكون القضية "ق" صادقة وكاذبة معا.

(٣) قانون السلب المزدوج وصيغته (ق ≡ – (–ق)): $p \ \equiv \ - (-p)$: صدق القضية ق يكافىء تقرير أن من الكذب أن تكون "ق" كاذبة.

---

(١٣) Ibid., pp. 12-4, 96-7. ، انظر أيضا: I. M. P., p. 150.، قارن مصادرات نسق حساب القضايا عند فريجة فى الفقرة ٥٩د.

(٤) (مبدأ نفى المقدم)؟ Principle of transposition[١٤]، ويعنى أنه إذا كانت ق تتضمن ل فإن لا – ل تتضمن لا –ق؛ وللمبدأ صور عديدة يذكر برنكبيا ثلاثة منها:

أ) (ق ⊃ ل) ≡ (– ل ⊃ – ق)

ب) (ق ≡ ل) ≡ (– ق ≡ –ل)

ج) [(ق.ل) ⊃ م] ≡ [(ق. – م) ⊃ – ل]

(٥) قانون تحصيل الحاصل[١٥] وله صورتان:

أ- ق ≡ (ق . ق)

ب- ق ≡ (ق v ق). نلاحظ أن هذا القانون ونتائجه يميز جبر المنطق من الجبر العددى[١٦]

(٦) قانون الامتصاص law of absorption: (ق ⊃ ل ≡ [ق ≡ (ق . ل)]؛ يسمى بالامتصاص لأنه إذا كانت "ق" تتضمن "ل" فإن "ق" تمتص "ل" عند الربط[١٧].

---

[١٤] وجدنا صعوبة فى ترجمة هذه العبارة الواردة فى برنكبيا ترجمة دقيقة، عبارة (تبادل المواضع) هى الترجمة الحرفية لكنها لا تدل على معنى المبدأ. (نفى المقدم) ترجمة مستوحاة من شرح برنكبيا بحيث يتسق مع المصطلح المستخدم فى المنطق التقليدى للدلالة على القياس الشرطى المتصل من صورة نفى المقدم (حالة الرفع). إننا نقبل هذه الترجمة بتردد، لأن بعض القضايا المشتقة من المبدأ لا تتخذ صورة نفى المقدم، وإنما تتخذ أيضا صيغة عكس النقيض.

[١٥] يميز برنكبيا بين مبدأ تحصيل الحاصل وقانون تحصيل الحاصل فالثانى أخص من الأول.

[١٦] قارن بول انظر الفقرات ٢٧د، ٢٧و، ٣٥.

[١٧] انظر Principia, I, pp. 13-4.

ب- قضايا يسميها أصحاب البرنكبيا (نتائج مباشرة للقضايا الأولية) ويبرهنون عليها، نذكر منها ما يلي:

(١) مبدأ التبسيط principle of simplification، وصيغته ل ⊃ (ق ⊃ل).

(٢) مبدأ نفى المقدم (؟) ويتخذ الصورة التالية:

أ) (ق ⊃ -ل) ⊃ (ل ⊃ -ق)

ب) [(-ق) ⊃ ل] ⊃ [(-ل) ⊃ ق]

ج) (-ل ⊃ -ق) ⊃ (ق ⊃ ل)

(٣) مبدأ تبادل المواضع Commutative principle وصيغته:

[ق ⊃ (ل ⊃ م)] ⊃ [ل ⊃ (ق ⊃ م)]

(٤) مبدأ القياس، وله صور عديدة منها:

أ- (ل ⊃ م) ⊃ [(ق ⊃ ل) ⊃ (ق ⊃ م)]

ب- (ق ⊃ ل) ⊃ [(ل ⊃ م) ⊃ ق ⊃ م)]

ويقول أصحاب البرنكبيا أن هاتين الصورتين مصدر الضرب الأول من الشكل الأول فى القياس التقليدى.

(٥) (مبدأ الهوية)، وصيغته: ق ⊃ ق، وتعنى أن أى قضية تتضمن ذاتها.

(٦) (برهان الخلف) Principle of the reductio absurdum، وصيغته:

[ق ⊃ (-ق)] ⊃ -ق، وتعنى أنه إذا تضمن صدق قضية كذبها، فهى كاذبة[١٨]

---

(18) Ibid., pp. 98 – 100.

حـ- قضايا مشتقة من دالة الربط، وهى موضوع برهان فى برنكبيا نذكر منها:

(١) ق ⊃ [ل ⊃ (ق . ل)]

(٢) (ق . ل) ⊃ ق

(٣) (ق . ل) ⊃ ل

د- قضايا مشتقة من دالة التكافؤ، وهى موضوع برهان أيضا، نذكر منها:

(١) (ق ≡ ل) ≡ (ل ≡ ق)

(٢) [(ق ≡ ل) . (ل ≡ م)] ⊃ (ق ≡ م)

(٣) (ق. ل) ≡ (ل. ق)، وتسمى هذه الصيغة (قانون تبادل المواضع للضرب المنطقى) .Commutative law for the product of prop.

(٤) (ق v ل) ≡ (ل v ق)، وهو قانون تبادل المواضع للجمع بين القضايا.

(٥) [(ق. ل). م] ≡ [ق. (ل . م)]، وهو (قانون الترابط للضرب بين القضايا).

(٦) [(ق v ل) v م] ≡ [ق v (ل v م)]، وهو (قانون الترابط للجميع بين القضايا)[19].

(٧) (قانون التوزيع the distributive law)، وله صورتان:

أ- ق. (ل v م) ≡ (ق . ل) v (ق . م)

ب- ق v (ل . م) ≡ [(ق v ل) . (ق v م)][20]

---

(19) Ibid., p. 110.
(20) Ibid., p. 116.

٨١- قواعد الاستدلال:

أ- يضع برنكبيا قاعدتين لاستدلال قضايا (أو نظريات) من القضايا الأولية، وهما قاعدة التعويض substitution، وقاعدة إثبات التالي modus ponens أو detachment. (١) تقوم قاعدة التعويض على استبدال صيغة رمزية بصيغة أخرى تساويها في قيمة الصدق، ومن ثم نحصل على صياغة للصورة الأولى تمكننا من استنباط قضايا أخرى. خذ مثالا: إذا كانت صيغة قانون الثالث المرفوع هي (ق v -ق)، أمكننا أن نعوض عن ق بالصيغة ق v -ق، ومن ثم نحصل على الصيغة الجديدة (ق v -ق) v -(ق v - ق). مثال آخر: إذا كانت صيغة مبدأ الهوية ق⊃ ق، فإنه إذا عوضنا عن ق بالصيغة ق v ل، وصلنا إلى مبدأ آخر هو ق v ل ⊃ ق v ل.

(٢) قاعدة إثبات، ويسميها بعض المناطقة (مبدأ القياس)[٢١] ، وصيغته.

[(ق ⊃ل) . ق] ⊃ ل.

ب- نلاحظ أن القضايا الأولية والقضايا المستنتجة منها جميعا سميت بعد برنكبيا (تحصيلات حاصل) tautologies أو قضايا تحليلية، وهي الصيغ الرمزية التي تتألف من متغيرات وثوابت فقط، وتكون صادقة دائما صدقا منطقيا في كل قيم المتغيرات، وكان الغرض من نظرية حساب القضايا تحديد تلك الصيغ حيث ينتقل أصحاب البرنكبيا - بعد وضع اللا معرفات والتعريفات والقضايا الأولية و ما يلزم عنها إلى اشتقاق نظريات منطقية أو صيغ صادقة صدقا منطقيا ونكتفي هنا بما قلناه في

---

(21) M. Black, The Nature of Mathematics, pp. 45- 6.

حساب القضايا دون ذكر هذه النظريات[٢٢]، حيث أن غرضنا الأساسى هنا هو الإشارة إلى أصول أى نظرية من نظريات المنطق الرمزى لا ذكر التفاصيل بتمامها.

٨٢- حساب القضايا بعد برنكيبيا:

أ- يسعى حساب القضايا فى برنكيبيا كما كان الحال عند فريجة - كما أشرنا - إلى إقامة صيغ تحليلية أو تحصيلات حاصل، وأن كل القضايا المشتقة مباشرة من القضايا الأولية فى نسق الحساب إنما هى من هذا النوع من الصيغ حين استنبط أصحاب البرنكبيا نظريات حساب القضايا، فعلوا ذلك على نموذج البرهان الهندسى؛ وتصبح هذه النظريات هي الأخرى صيغاً تحليلية أو تحصيلات حاصل. لكن أمكن لبعض المناطقة أن يبتكروا طريقة أخرى - غير البرهان الهندسى - للبرهان على أن صيغة ما صيغة تحليلية بالمعنى السابق ونعنى بها طريقة (قوائم الصدق) - truth tables، وهى طريقة تتوصل إلى القضايا المنطقية الصادقة دائما دون حاجة إلى اشتقاق من مبادىء أو قضايا أولية. ويرجع الفضل فى ابتكار هذه الطريقة إلى فتجنشتين وبوست E. L. Post عام ١٩٢٠، وتوصل إليها كل منهما مستقلا عن الآخر، كما توصل إليها أيضا لوكاشيفتش فى نفس الوقت تقريبا مستقلا عنهما.[٢٣] كان الغرض من هذه القوائم إعطاء معنى محدد للثوابت المنطقية حين تربط بين قضايا، وهو

---

[٢٢] تجد أمثلة لبعض هذه النظريات والبرهان عليها فى:

زكى نجيب محمود: المنطق الوضعى: حـ٢، ص ١٢٣-١٢٥.

محمد ثابت الفندى: فلسفة الرياضة، ص ١٤١-١٤٢.

[٢٣] انظر: Wittgenstein, Tractatus, 4. 31, 4. 442, 5. 101؛ وأيضا:

Post, Introduction to a General Theory of Elementary Propositions), in The American Journal of Mathematics, xliii, 1921.

وأيضا: Kneale, The Development of Logic, p. 532.

نفس المعنى الذى وضع أصوله فريجة وأصحاب البرنكبيا. خذ أولا مثلا لقائمة صدق، حتى يصبح شرحنا لها من بعد سهلا، وهو دالة صدق تعبر عن قياس شرطى متصل في صورة نفى المقدم (حالة الرفع):

[(ق ⊃ ل) . (– ل)] ⊃ (–ق)

ص ص ص ك ك   ص   ك

ص ك ك ك ص   ص   ك

ك ص ص ك ص   ص   ص

ك ص ك ص ص   ص   ص

نلاحظ على قائمة الصدق ما يلي: (١) لدينا متغيران ق، ل يرمز كل منها إلى قضية لا إلى حد، وخمس ثوابت: تضمنان، ربط، سالبان. الدالة الأولى – وهى دالة تضمن – مرتبطة مع الدالة الثانية – وهى دالة سلب – بثابت الربط؛ وارتبطت الدالتان السابقتان مع الدالة الثالثة – وهى دالة السلب الأخيرة – بثابت التضمن. ويدل القوس الصغير على دالة صدق واحدة، ولدينا من هذه الأقواس ثلاثة. يدل القوس الكبير – وهو هنا قوس واحد – على دالة صدق مركبة. (٢) لكل قضية قيمتا صدق: صدق وكذب، ومن ثم فإن بدالة الصدق التى بها قضيتان أربع قيم للصدق: ونرتب قيم الصدق فى دالة ذات متغيرين هكذا:

صادق – صادق

صادق – كاذب

كاذب – صادق

كاذب – كاذب

وقد رمزنا للصادق بالحروف (ص)، وللكاذب بالحرف (ك) (ويرمـز لهـا فـى الإنجليزية بالحرفين F, T وفى الفرنسية بالحرفين F, v على التوالى. (٣) نعطـى أولا قيمة صدق الدالة الأولى (ق ⊃ ل) على أساس تعريفنا للتضمن ونعطى ثانيا قيمة صدق الدالة الثانية (-ل) على أساس تعريفنا للسلب، ثم نعطى ثالثا قيمـة صـدق الدالة المركبة منهما على أساس تعريفنا للربط، ونعطى رابعا قيمـة صدق الدالـة الأخيرة (- ق)، ثم نعطي أخيرا قيمة صدق الدالة المركبة مع الدالة الأخيرة على أساس أن بينهما تضمنا. (٤) يرجع هذا الترتيب فـى استخراج قائمة صدق الدالات فى مثالنا فصدق الدالات فى مثالنا يرجع إلى أن الثابت الرئيسى main Constant هو التضمن الثانى والثابت المنطقى الرئيسى هـو مـا لـه أوسع المجالات، وهـو مـا لا يمكن إجراؤه إلا فى نهاية الأمر، ويمكن مقارنـة الثابت الرئيسى فـى دالـة مـا بالفعل الرئيسى فـى قضية مركبة، وتساعدنا الأقـواس الكبيرة على إدراك الثابت الرئيسى، ومن ثم يجب فك الأقـواس الصغيرة قبل الكبيرة. (٥) ترشـدنا قائمة الصدق التى استخرجناها إلى التمييز بين الصيغ التحليلية أو الصادقة دائما، والصيـغ المتناقضة أو الكاذبة دائما؛ والصيغ الحادثة contingent formulae التى تحتمـل الصدق أو الكـذب؛ وتكـون الصيغة صادقة دائمـا، إذا كـانت نتيجـة القوائم (ص) فـى كـل قيـم الثابت الرئيسى، وتكون الصيغة متناقضة أو كاذبة دائما إذا كانت نتيجة القوائم هـى (ك) فى كل قيم الثابت الرئيسى، وتكون الصيغـة حادثـة أى صادقـة أحيانـا إذا كـانـت نتيجة بعض القوائم (ص) ونتيجة بعضها الآخر (ك) تحت الثـابت الرئيسـى. فـإذا نظرنـا إلى المثال السابق وجدنا أنه يدل على صيغة تحليلية صادقة دائما.

ب- نلاحـظ أن فيلـون الميغـارى عـرف احتمـالات الصـدق والكـذب لصيغـة التضمن فقط، وأن فريجة عرف الاحتمالات الأربعة لصيغة ذات متغيرين تحـوى ثـابت

التضمن والثوابت الأخرى، وأن أصحاب البرنكبيا لم يستخدما هذه الاحتمالات فى الكشف عن الصيغ التحليلية وإنما كشفوا عن هذه الصيغ بسلسلة برهانية محكمة على نموذج الهندسة؛ فلما جاء فتجنشتين وبوست خطوا خطوة أكثر تطورا بإثبات الصيغ التحليلية - فى نسق برنكبيا وأى نسق آخر - لا باشتقاقها من لا معرفات وتعريفات ومصادرات، وإنما بطريق قوائم الصدق. نلاحظ أن رسل استخدم فى عام ١٩١٨ (قوائم الصدق) دون استخدام هذا التعبير، حين أراد إعادة شرح دالات الصدق، وضرب مثلا بدالة الفصل وكتب قائمة صدقها على النحو التالى:

((ص ص ص ك ك ص ك ك

ص ص ص ك))

وقال إن السطر الثانى يحدد قيم صدق دالة الفصل؛ قد يكون رسل قد توصل إليها بنفسه، وقد يكون فتجنشتين قد توصل إليها مبكرا عام ١٩١٢ أو ١٩١٣ حين كان طالبا فى كمبردج وأخذها رسل عنه وقتئذ[٢٤].

جـ- لم يقتص تطوير المنطق بعد برنكبيا على قوائم الصدق، بل تعدى ذلك إلى مناقشة نسقه المنطقى كله. لقد أشرنا من قبل إلى التعديل الذى اقترحه شفز فى ابتكار فكرة واحدة أولية ترد إليها الفكرتان الأوليتان فى برنكبيا، نشير الآن إلى أن نيكود Nicod اقترح عام ١٩١٧م رد المصادرات الخمسة فى برنكبيا إلى مصادرة واحدة تقوم على فكر شفز. ومن جهة أخرى، أبان برنيز Bernays عام ١٩٢٦م أن المصادرة الرابعة فى برنكبيا لغو إذ يمكن اشتقاقها من المصادرات الرابعة الأخرى. لكن كان قد سبق لبعض المناطقة منذ ١٩٢٠ أن عكفوا على مقارنة أنساق فريجه

---

(٢٤) أنظـر:

Logic and knowledge, p. L.A, pp. 207 – 11.

ورسل ووايتهد والخروج منهما بنسق جديد – ومن هـؤلاء لوكا شيفتش، لكـن حين فعل هذا، كـان لا يـزال نسـق برنكبيـا يسـتمتع بجاذبيتـه لبسـاطته أكـثر مـن نسـق لوكاشفتس. نلاحظ أخيرًا أن نسقًا جديدًا مـن المصادرات لحساب القضايا ظهر عام ١٩٣٤م على أيدى هلبرت وبرنيز، أكثر طولاً من الأنساق السابقة ومن ثم أقل بساطة، لكنه أصبح أكثر ثراء[٢٥].

---

[٢٥] نجد بعض تفصيل لنسق هلبرت وزميله فى كتاب:

Kneale, op. Cit., pp. 526 – 527.

الفصل الخامس عشر

منطق رسل ووايتهد (٣)

نظرية دالة القضية

٨٣- مقدمة :

يشمل المنطق الرمزى نظريات أربعة: حساب القضايا، حساب المحمول Predicate Calculus، حساب الأصناف، حساب العلاقات. للنظرية الأولى سبقها المنطقى وإن تأخرت صياغتها فى الزمن، إذ انتظرت فريجة ليضع أصولها؛ لها السبق المنطقى بمعنى (١) أن موضوعها وضع قواعد الاستنباط وهو لازم للنظريات الثلاثة الأخرى، (٢) بالرغم من أن لكل من النظريات الثلاثة الأخرى نسقها الاستنباطى المستقل من لا معرفات وتعريفات ومصادرات وبالرغم من أن لكل منها مصطلحها الرمزى المستقل، فإنها جميعا تستخدم جزءا كبيرًا من النسق الاستنباطى لنظرية حساب القضايا وقوانينه، كمقدمات، نلاحظ من جهة أخرى أن حساب القضايا يتناول القضية ككل، دون تمييز بين حدودها كما أنه لا يتناول (السور) فى القضية، أى ما يدل على كم موضوعها؛ بينما تسد نظرية حساب المحمول هذين النقصين، إذ تضع تحليلا جديدا لعناصر القضية ومن ثم تلقى ضوءا على أنواع من القضية غير القضية الحملية، كما تضع تحليلا جديدا لسور القضية، ويفسح مصطلحها الرمزى مجالاً لتلك العناصر والأسوار.

ويرجع الفضل إلى فريجة أيضا فى وضع أصول هذه النظريـة، وإن كـان بيرس قد عرف بعض أفكارها متفرقات ومرتبطة بمنطق جبر الأصناف، غير أنه لم يقمها نظرية مكتملة فى حساب منطقى مستقل عن جبر الأصناف. ونلاحظ أن رسل وأصحاب البرنكيبا حين كانوا يتحدثون عن نظريات المنطق الرمزى كانوا يذكرون ثلاثة: حساب القضايا وحساب الأصناف وحساب العلاقات[1] لكنهما طورا فى واقع الأمر نظرية حساب المحمول تحت عنوان آخر هو (نظرية المتغيرات الظاهرة) Theory of Apparent Variables[2] ولن نتناول هنا بتفصيل هذه النظرية فى برنكبيا، لأنها تقوم على نموذج حساب القضايا، وقد ذكرنا طرفا من النظرية الأخيرة فى الفصل السابق، وإنما نكتفى بشرح مفصل للفكرة الأساسية التى تقوم عليها نظرية حساب المحمول، وهى فكرة (دالة القضية) Prepositional Function.

٨٤- تعريف دالة القضية:

سبق لفريجة أن أدخل فكرة الدالة والحجة فى المنطق كأساس لوضع أصول نظرية حساب المحمول[3]؛ ولقد سبق لبيانو أن عرف دالـة القضية وبحثها لإمكان اشتقاق الرياضيات من مبادىء منطقية ويقال أن رسل عرف دالة القضية أولا من بيانو واستفاد بمواقفه حين كتب مبادىء الرياضيات، لكنه طور الفكرة كما طور

(1) Russell, Principles of Mathematics, p. 11.
وأيضا: Principia, I, p. 88.

(٢) Principles, chs. 7,8. وأيضا: Principia, I, pp. 127-186، لنظرية المتغيرات الظاهرة أو لحساب المحمول أسماء أخرى مثل (حساب دالات القضايا) Functional calculus of Propositiond، أو (منطق التسوير) Quantificational Logic، انظر:
A. N. P. Jor, Formal Logic, p. 73.

(٣) انظر الفقرة ٥٦.

مبادىء حساب المحمول أكثر مما فعل فريجة وبيانو ويعرف رسل دالة القضية بأنها (تعبير يحوى عنصرا أو أكثر غير محدد، بحيث نعطى قيمة لهذه العناصر فيصبح التعبير قضية؛ دالة القضية – بعبارة أخرى – دالة قيمتها قضية)[4]. (هـ إنسان) دالة قضية لا قضية، ولا معنى لها بمفردها وليست صادقة ولا كاذبة؛ لكنها تكتسب معنى وتحتمل الصدق والكذب حين نعطى قيمة للمتغير: (سقراط إنسان) قضية صادقة، بينما (هرم خوفو إنسان) قضية كاذبة. خذ أمثلة أخرى لدالات القضايا: كل قوانين الجبر دالات قضايا مثل (أ + ب) ٢ = أ ٢ + ٢ أ ب + ب ٢، والصيغ الرمزية للتصنيف الرباعى للقضية الحملية فى المنطق التقليدى مثل (كل أ هـو ب)، (لا أ هـو ب) ... إلخ دالات قضايا . لكن يجب ألا نخلط بين دالة الصدق الثانية كصورة رمزية للقضية المركبة التى تحوى ثابتا منطقيا، بينما دالة القضية صورة رمزية لأى قضية بسيطة أو مركبة، ومن ثم دالة القضية أعم من دالة الصدق واشمل، بحيث يمكن اعتبار كل دالات الصدق دالات قضايا، لكن ليست كل دالة قضية دالة صدق.

٨٥- مجال قيم الدالة:

لكى نحيل أى دالة قضية إلى قضية، يجب إعطاء المتغير فيها قيمة؛ويسمى أصحاب البرنكيبيا كل القيم الممكنة للمتغير فى دالة ما (مجال قيم الدالة range of values of function، ويرون أن لقيم الدالة ثلاث حالات: (١) أن تكون القضية (صادقة دائما) always true أى صادقة فى كل قيم متغيراتـه: أو (٢) أن تكون القضية (صادقة أحيانا) sometimes true أى صادقة فى بعض قيم متغيراتها، أو صادقة فى قيمة واحدة على الأقل من قيم متغيراتها؛ أو (٣) أن تكون القضية (كاذبة

---

[4] I. M. P., pp. 155-6.

دائما) أي كاذبة في كل قيم متغيراتها[٥]. ويستنبط رسل من هذه النقطة نقطة أخرى تتعلق بالقضايا الموجهة في المنطق التقليدي، لقد صنف هذا المنطق القضايا الموجهة modal Propositions إلى ثلاث أنواع: قضية ضرورية وقضية ممكنة وقضية مستحيلة، لكن رسل رأى أن هذا التصنيف فاسد لأننا لا نقول عن القضية إنها ضرورة أو ممكنة أو مستحيلة، وإنما نقول فقط إنها صادقة أو كاذبة؛ إن الضرورة والإمكان والاستحالة – عند رسل – خصائص لدالة القضية، لا للقضية. ولقد ربط بين هذه النقطة والنقطة السابقة بقوله أن دالة القضية الصادقة دائما دالة ضرورية، وأن دالة القضية الصادقة أحيانا دالة ممكنة، وإن دالة القضية الكاذبة دالة مستحيلة[٦].

٨٦- المصطلح الرمزي لحساب الدالات:

أ- يضع أصحاب البرنكبيا ثلاثة أنواع من الرموز لحساب دالات القضايا: (١)رموز للمتغيرات الفردية individual Variables، وترمز إلى أسماء الأعلام أو الأفراد، وهي الحروف x, y, z، وتستبدل بها في العربية الحروف هـ، و، ى على التوالي، (٢) رموز للدالات predicate variables، وترمز إلى المحمولات، وهي الحروف اليونانية التي تقابل الحروف الإنجليزية F, G, H . J . .إلخ، ونستبدل بها هنا في العربية د، ذ، ر ، ز على التوالي، (٣) رمزان يشير أحدهما إلى السور (كل) ويسمى (السور الكلى) Universal quantifier، ويشير الثاني إلى (بعض) ويسمى (السور الوجودى) existential quantifier ويستخدمون الرمز (X) ليدل على السور الكلى، ونستخدم هنا الحرف ك، والرمز($\exists$ x) ليدل على السور الوجودى،

---

(5) Principia, I, p. 15.
(6) I. M. P., p. 165; Logic and Knowledge, P. L. A., p. 231.

ونستخدم هنا الحرف حـ[٧]. افرض أن لدينا قضية شخصية مثل (سقراط فيلسوف)، وأردنا كتابتها وفق المصطلح الرمزى لحساب الدالات، فإننا نضع رمز المحمول قبل رمز الموضوع، وتصبح الصيغة (د هـ) (F x)؛ تصبح القضية (سقراط فقير) (ذ هـ) (g x)، (أفلاطون فيلسوف) (د و) (F y)، وهكذا. نقرأ السور الكلى ك (x) (فى كل قيم هـ ...)، ونقرأ السور الوجودى حـ (x ∃) (يوجد شيء واحد على الأقل مما يكون .....).

ب- يبدأ حساب الدالات بفكرتين أوليتين هما (صادق دائما)، أو (صادق فى كل الأحيان)؛ (صادق أحيانا) أو (صادق فى بعض الحالات)؛ ومن الواضح أننا نعبر عنهما بالكلمتين كل، بعض. إننا نبدأ بهاتين الفكرتين بلا تعريف؛ ثم نستخدمهما فى تعريف الأفكار الأخرى: الأفكار المأخوذة من حساب القضايا - وهى السلب والربط والتضمن والتكافؤ؛ ونسوق الآن مثلا واحدا على تعريفات البرنكبيا فى هذا الحساب - تعريف الدالة السالبة:

- (ك) (د هـ) = (حـ) (- د هـ):

$$-(X)\ (Fx) = (\exists X)(-fX)$$ [٨]

تعنى الصيغة الأولى على يمين علامة المساواة أن (من الكذب أن نقول عن كل قيم هـ، أن هـ توصف بالصفة د)، وتعنى الصيغة الثانية - وهى التعريف - (يوجد شيء واحد على الأقل هـ مما لا يتصف بالصفة د) وهما متكافئتان. أما مصادرات حساب الدالات وقضاياها فهى نفس مصادرات حساب الدالات وقضاياها فهى فى

---

[٧] لقد أصاب تارسكى حين استخدم الحرف A بدلا من (X) للرمز إلى السور الكلى لكى يميزه عن رمز المتغير الفردى، انظر:

Tarski, Introduction to logic, p. 10.

[8] Principia, I, pp. 15- 16, 127. Ff.

نفس مصادرات وتحصيلات حاصل حساب القضايا صيغت فى المصلح الجديد: أى نستبدل الرمز (د هـ) Fx بالرمز "ق" (P)، والرمز (ذ هـ) (g x) بالرمز ل (q)، وهكذا.

٨٧- دالة القضية والقضية الحملية:

أ- نتحدث فى هذه الفقرة عن موقف رسل من القضية الحملية. لقد صنف المنطق التقليدى القضية الحملية تصنيفا رباعيا إلى قضية كلية موجبة وكلية سالبة وجزئية موجبة وجزئية سالبة، ورأى أن القضية الكلية من بين القضايا الحملية، وأنها تنطوى على تقرير وجود واقعى لأفراد موضوعها،وأن التصنيف الرباعى السابق يمثل أبسط أنواع القضايا. وقد أشرنا من قبل إلى حكم فريجة على هذا التصنيف بالفساد، وقلنا أيضا إنه أدرك أن القضية الكلية ليست حملية وأنها فى الحقيقة شرطية متصلة[٩]. لم يعلق رسل بشىء – فيما نعلم – على موقف فريجة من فساد التمييز التقليدى بين الأنواع الأربعة السابق ذكرها للقضية الحملية، لكن رسل عرف مؤخرا أن القضية الكلية ليست حملية، وأنها تنطوى على علاقة بين محمولات، وأنها فى حقيقتها شرطية متصلة وأنها لا تقرر وجودا واقعيا. وقد أضافها رسل إلى النقط السابقة – التى سبقه إليها فريجة وبيانو وبيرس وبرادلى حيث أن التصنيف الرباعى التقليدى للقضية الحملية لا يعبر عن أبسط صور القضية، وإنما تنحل هذه الصورة إلى ما هو أبسط منها، ووضح ذلك فى سياق دالة القضية

---

[٩] انظر الفقرات ٥٠د، ٥٠هـ، ٥٣.

حيث نشرحه فيما يلى: (كل أ هو ب) دالة قضية مركبة من دالتى قضية بسيطتين ترتبطان بأداة الشرط، إنها تعنى أنه (إذا كان هـ هو أ فإن هـ هو ب) ، أو (فى كل القيم الممكنة لـ هـ، إذا كان هـ يتصف بالصفة أ، فإنه يتصف أيضا بالصفة ب)، ومن ثم لم يعد لدينا قضية حملية وإنما علاقة بين دالتين من دالات القضايا، وتصبح كل منهما قضية حملية حين نعطى للمتغير قيمة[10]. ويمكن التعبير عن القضية الكلية الموجبة فى صورة رمزية كما يلى:

"(ك) (د هـ ⊃ ذ هـ) $(x)\ (Fx \supset gx)$. وما دامت القضية الكلية الموجبة تتخذ صورة التضمن فهى شرطية متصلة، ومن ثم لا تقرر وجودا واقعيا؛ ونلاحظ أيضا على الكلية الموجبة أنه ما دامت تحوى السور الكلى فإن صيغتها الرمزية السابقة صادقة دائما، ويسمى رسل وأصحاب البرنكيبيا هذه الصورة للتضمن (التضمن الصورى)، فى مقابل (التضمن المادى) الذى تعبر عنه الصيغة (ق ⊃ ل). خذ مثالا على القضية الكلية الموجبة طبقا للموقف الجديد: (كل إنسان فان) أصبحت تعنى أنه (إذا كان يوجد فرد ما مما يكون إنسانا فهو إذن فان)، وقد سبق لفريجة وغيره من المناطقة المحدثين أن قدموا هذه الصياغة.

ب- ننتقل إلى صياغة رسل للصور الثلاثة الأخرى من القضية الحملية التقليدية حيث نترجم القضية الكلية السالبة (لا أ هو هـ) أو "لا إنسان خالد" إلى الصيغة "(ك) (د هـ ⊃ ذ هـ)" $(x)\ (fx \supset gx)$ أو "بالنسبة إلى كل فرد، فإنه إذا كان فرد ما إنسانا فلن يكون خالدا". ونترجم القضية الجزئية الموجبة (بعض أ هو ب)، أو (بعض العلماء مخلصون) إلى " (حـ) (دهـ . ذ هـ)". $(\exists x)\ (fx\ .\ gx)$،

[10] Russell, My Philosophical Development, p. 66.

وتعنى أنه "يوجد فرد واحد على الأقل مما يتصف بالعلم والإخلاص معا ونترجم القضية الجزئية السالبة مثل (بعض أ ليس ب) أو (بعض المتعلمين ليسوا فضلاء" إلى "(حـ) (د هـ - ذ هـ)" ($\exists$ x) (f x. - g x)، وتعنى أنه "يوجد واحد على الأقل مما يتصف بالعلم لكنه لا يتصف بالفضيلة". نلاحظ أن صياغة رسل للقضية الجزئية - موجبة أو سالبة - تختلف عن صياغته للقضية الكلية - موجبة أو سالبة؛ في أن القضايا الجزئية تحوى السور الوجودى وثابت الربط ولا تنطوى على صيغة الشرط، بينما الكليات تحوى السور وثابت التضمن الذى ينطوى على شرط. وذلك لتوضح أن القضايا الجزئية تقرر وجودا واقعيا لموضوعها ومن ثم غابت صيغة الشرط بينما القضايا الكلية لا تتضمن تقرير الوجود الواقعى لموضوعها ومن ثم صيغت فى شرط وبالتالى يمكن للقضايا الكلية أن تكون صادقة حتى ولو لم يكن لأفراد موضوعاتها وجود واقعى[11].

٨٨- دالة القضية والقضية الوجودية:

يبدو أن فريجة هو أول من قدم تحليلا عميقا للقضية الوجودية[12]، وقد فعل ذلك فى سياق تمييزه لها من القضية الحملية[13]. ويبدو أن بيانو عرّف القضية

---

[11] I. M. P., pp. 162-3.

[12] عرف أرسطو القضية الوجودية لكنه تناولها فى حدود ضيقة، تناولها أولا حين ميز بين القضيتين (رجل ما موجود) A man exists، (رجل ما عادل) a man is Just. ثم رأى ثانيا أن القضيتين (سقراط مريض) و (سقراط ليس مريضا) تصدق إحداهما وتكذب الأخرى إذا كان يوجد سقراط، أما إذا لم يكن لسقراط وجود فعلى فإن (سقراط مريض) تصبح كاذبة، بينما تكون (سقراط ليس مريضا) صادقة، ذلك لأنه إذا لم يوجد سقراط فليس هنالك إذن فرد ليوصف بالمرض. نلاحظ أن التحليل ضحل وإن الوجود هنا مستخدم بمعنى الوجود الواقعى المحسوس فقط. انظر: De Interpretatione, ch. 10. وأيضا: A. N. Prior, Formal Logic, pp. 164-5.

[13] انظر الفقرة ٥٤.

الوجودية أيضا فى سياق بحثه فى أصول الرياضيات وتحليله معنى (وجود الصنف) إذ ميز بين الصنف ذى العضو الواحد وذلك العضو، وحين قرر أن للصنف الفارغ وجودا بمعنى أن له مفهوما وإن لم يندرج تحته ما صدقات ومن ثم فالقضية التى تتحدث عن وجود صنف لا تعنى وجودا واقعيا محسوسا لأفراده وإنما تنطوى على أن للصنف معنى يمكن التفكير فيه وأن هذا المعنى مستقل عن أمثلته حيث نلاحظ أن ليس لرسل نظرية جديدة فى القضايا الوجودية أكثر مما قاله فريجة وبيانو. وإنما أذاب موقفهما معا وأعطى له عرضا مختلفا يرتبط بنظريته فى دالة القضية. يقول رسل فى (فلسفة الذرية المنطقية):

(حين تأخذ دالة قضية وتقرر أنها ممكنة – أى صادقة أحيانا – ذلك يعطيك المعنى الأصيل لكلمة (وجود)؛ يمكنك التعبير عن ذلك [الوجود] بقولك أنه توجد قيمة واحدة على الأقل للمتغير "هـ" بحيث تكون هذه [الدالة] صادقة. خذ (هـ إنسان)؛ توجد على الأقل قيمة واحدة للمتغير "هـ" بحيث تكون هذه [الدالة] صادقة. ذلك ما نعنيه حين نقول (هنالك آدميون There are men أو (الناس موجودون) men exist. الوجود فى أساسه خاصة لدالة القضية؛ يعنى الوجود أن دالة القضية صادقة مثل واحد على الأقل"[14]. نوجز نظرية رسل فى القضية الوجودية فيما يلى.

أ- القضية الوجودية هى ما يكون محمولها (موجود) فتتخذ الصورة (...موجود)، أو (هنالك ....) (there are.....)؛ قد نملأ المكان الخالى بحد عام أو باسم علم وسوف نتناول الآن النوع الأول خذ القضية:"الأحصنة المقرنة موجودة" unicorns؛ يؤكد رسل أن هذه القضية لا تقرر وجودا واقعيا للأحصنة

---

[14] Logic and Knowledge, P. L. A., p. 232.

المقرنة ولا تتحدث عن أي شيء في الواقع ينطبق عليه هذا الوصف. ذلك لأنه لا وجود فعلا لهذا النوع من الحيوان؛ وبالرغم من ذلك فإن هذه القضية ليست بلا معنى، إذ يمكنك أن تقولها أو تسمعها أو تفكر فيها. تعني هذه القضية أنه (يوجد هـ أن هـ حصان مقرن)، أو تعني (دالة القضية) (هـ حصان مقرن) صادقا أحيانا)، وحين نقول أن دالة القضية صادقة أحيانا، فإننا لا نقرر وجودا واقعيا لأي شيء وإنما نعني أنها قد تكون صادقة إذا وجدت قيمة واقعية للمتغير، فإذا لم نعثر على هذه القيمة - كما هو الحال في مثالنا - كانت دالة القضية كاذبة؛ ومن ثم فالدالة (هـ حصان مقرن) مثل للدالة الكاذبة دائما. والآن خذ القضية " الناس موجودون": لا تقرر وجودا واقعيا للنوع الإنساني وإنما تعني فقط أن (دالة القضية "هـ إنسان" صادقة أحيانا)؛ فإن عثرت على قيمة مناسبة للمتغير هـ، كأن تقول (سقراط إنسان)، كانت القضية صادقة، وكانت تلك الدالة صادقة أحيانا. يخلص رسل من هذا التحليل إلى تقرير أن الوجود في القضية الوجودية لا يسند إلى أفراد في الواقع، وإنما يسند إلى دالة القضية الصادقة أحيانا، ويعني هذا أن هذه الدالة ممكنة. إن أخذت الوجود في القضية الوجودية بمعنى تقرير وجود محسوس لأفراد، ظهر فساد موقفك، كما يبينه المثال الآتي بوضوح: "الناس موجودون، سقراط إنسان،إذن سقراط موجود". هذا القياس فاسد من الناحية الصورية من عدة وجوه: أولها أنك أخذت المقدمة الكبرى - وهي قضية وجودية - على أنها وجودا واقعيا محسوسا، وهو باطل، ثانيها أنه لا معنى للنتيجة، وذلك موضوع الفقرة التالية حيث نصل مما سبق إلى أن الوجود يحمل على دالة قضية لا على فرد، كما يحمل على صنف لا على عضو فيه أو عدة أعضاء - يحمل الوجود على أصناف، بمعنى أنه حين نقول (هنالك آدميون) أو

(هنالك فلاسفة)، فإننا لا نعنى أكثر من تقرير أن لصنف الناس أو الفلاسفة معنى يمكن التفكير فيه، لكنا لا نتضمن فى ذلك أن نقرر وجودا واقعيا لأفراد[١٥].

حـ- هنالك نقطة ذكية كان فريجة قد ذكرها فى شرحه للقضية الوجودية - لا يستخدمها رسل - إذا وضعناها الآن فى اعتبارنا بانت نظرية رسل واضحة لا لبس فيها - وهى أنه ليس فى القضية الوجودية موضوع وإنها تتألف من محمولين: أما الحد العام فهو محمول من الدرجة الأولى، أى يسند إلى أفراد، وأما (موجود) (أو ما نحوها) فهو محمول من الدرجة الثانية أى يسند إلى المحمولات من الدرجة الأولى. فإذا قلنا مثلا (هنالك مناطقة)، فإننا نعتبر (مناطقة) محمولا من الدرجة الأولى ويسند إلى أفراد بمعنى أنه يمكننا القول (هـ منطقى صادقة أحيانا)، وإننا نعتبر (هنالك) محمولا من الدرجة الثانية يسند إلى المناطقة كصنف، بمعنى أن التفكير فيمن يسمون مناطقة تفكير ممكن سواء كان لهذا الصنف وجود فى الواقع أم لا.

٨٩- القضية الوجودية والقضية الشخصية:

خذ الآن قضية شخصية محمولها (موجود)، مثل (قيصر موجود)، أو (يوثانت موجود) حيث رأى رسل أن ليست القضايا من هذا النوع صادقة ولا كاذبة، لكنها بلا معنى it is meaningless، بل اختار لها - وهو فى سن الشباب - وصفا جافا حين قال "إنها كلام فارغ" it is rubbish، لكنه خفف فيما بعد من جفاف عبارته وقال تدل على سوء استخدام اللغة it is bad grammer[16] ويمكننا فهم مقصد رسل إذا عرفنا رأيه فى الاستخدام الصحيح لاسم العلم. لكى نستخدم اسما يجب أن نكون على وعى مباشر acquainted with بما يشير إليه هذا الاسم، وإذا أردنا تجنب

---

(١٥) Ibid., pp. 228, 233.

(16) Russell, my Philosophical Development, p. 85.

العبارات النفسية أو المعرفية التي يذكرها رسل في نظرية منطقية، قلنا إن الاسم هو ما يشير إلى فرد يسمى بهذا الاسم؛ لكن لا يلزم أن يكون المسمى موضوع إدراك حسي حاضر، فإذا استخدمنا اسما بلا مسمى، بطل أن يكون اسما وأصبح لفظا أجوفا بلا دلالة، ومن ثم تحمل استخدام اسم العلم في طياته وجود مسماه وهذا معنى أن القضية الشخصية الوجودية هي سوء استخدام للغة. حين نقول (يوثانت موجود) لم نضف إلى يوثانت صفة جديدة؛ يمكنك أن تقول مثلا إن يوثانت سياسي محنك أو إنه مواطن من بورما، وحينئذ نضيف إلى الشخص، أو يمكنك أن تقول إن (هـ محنك) صادقة أحيانا، ومن ثم إن رأيت أن يوثانت قيمة مناسبة للرجل المحنك، قلت قضية صادقة، وإلا تكون كاذبة.

هنالك نقطة أخرى تبين خلو القضية الوجودية الشخصية من المعنى: مادامت القضية الوجودية تحوى محمولين، وما دام أحد عنصرى القضية اسم علم، فإننا اعتبرناه محمولا، وقد فرغ أرسطو وفريجة ورسل من إثبات أن اسم العلم لن يكون محمولا في قضية[١٧].

(١٧) قارن: Stebbing, A Modern Introduction to Logic, pp. 160-1

الفصل السادس عشر

منطق رسل ووايتهد (٤)

النظرية الوصفية

٩٠- مقدمة

أشرنا من قبل إلى الظروف التى أدت إلى التفكير فى (النظرية الوصفية) Theory of Descriptions وصياغتها[1]؛ ولهذه النظرية جانبان: جانب منطقى، وآخر معرفى، أو أبستمولوجى. يرتبط الجانب الثانى بموقف رسل من إدراكنا ومعرفتنا للناس والأشياء المادية الجزئية من حولنا ونلاحظ أن رسل كان يلجأ أحيانا إلى بعض أفكاره المعرفية لشرح هذه النظرية فى جانبها المنطقى، مما حفز النقاد الذين لا يشاركونه مواقفه المعرفية إلى الهجوم على نظريته المنطقية حيث أن الجانب المنطقي من النظرية هو فقط موضوع اهتمامنا، ومن ثم نحاول تمييزه عن أية اعتبارات معرفية. ويمكننا أن نقول الآن فى عجالة أن النقطة الرئيسية فى النظرية الوصفية هى التمييز الحاسم بين العلم و (العبارة الوصفية المحددة) definite desecriptivephrase: فالعبارة الوصفية المحددة جملة اسمية تتألف من حد عام مسبوق بأداة التعريف أو أن يتخذ الحد العام صيغة المضاف، متبوعا بخاصة أو

---

[1] انظر الفقرة ٦٥د

خصائص معينة، بحيث تنطوى الجملة على الإشارة إلى شخص معين أو شيء محدد دون غيره من الأشخاص أو الأشياء، كما يمكن استبدال اسم العلم بتلك الجملة. إذا قلنا (هومر مؤلف الإلياذة)، أو (أنور السادات هو الرئيس الثانى لجمهورية مصر)، فإن (مؤلف الإلياذة) أو (الرئيس الثانى لجمهورية مصر) عبارة وصفية محددة. ولقد رأى رسل - كما سنرى بالتفصيل خلال هذا الفصل - أنه يجب أن نميز تميزا حاسما بين (هومر) و (مؤلف الإلياذة) مثلا، بالرغم من أن التعبير يشير إلى شخص واحد بعينه. ولقد كان من نتائج هذه النظرية(١) أن تخلص رسل من موقف كان مستبدا به حين كتب مبادىء الرياضيات، ووجد من بعد أن فريجة يدعو إليه - نعنى موقف الواقعية Realism بالمعنى الأسكولائى: القول بأن للأعداد والأصناف والعلاقات وجودا موضوعيا مستقلا عن الفكر الإنسانى؛ (٢) أن حدد رسل موقفه من نظرية فريجة فى (المعنى والإشارة)، كما وجد فى نظريته سلاحا للهجوم على نظرية معينة عند مينونج Alexius Meinong (١٨٥٣ - ١٩٢١)؛ (٣) حيث فتحت النظرية بابا لصياغة (نظرية الأنماط المنطقية)، وبعد أن صاغ رسل النظرية الوصفية عام ١٩٠٥، ظل ينقح فيها مدة خمس سنوات، ثم أصبحت من بعد ذلك جزءا هاما من برنكبيا[٢].

---

[٢] ظهرت أول صياغة للنظرية الوصفية فى مقال (فى الإشارة) **On Denoting** نشره عام ١٩٠٥ فى مجلة **Mind**؛ ويذكرنا عنوان المقال بالتميز الذى أقامه بعض مناطقه العصر الوسيط بين معنى الحد **connotation** وإشارته إلى فرد أو أفراد **denotation**، مما اصطنعه جون مل فيما بعد لإقامة نظريته الجديدة وقتئذ فى أسماء الأعلام. لم يستخدم رسل (الإشارة) فى مقاله كما استخدمه مناطقة العصر الوسيط ومل. وإنما ميز فى الإشارة بين معناها وما تشير إليه من أفراد، أى كان رسل يهتم فى مقاله المذكور بالجانب المفهومى من التعبير الإشارى لا بالجانب الماصدقى. ولقد طور رسل نظريته مع الزمن، فى الأبحاث التالية: **Principia, I, pp. 30 30-36** واصطنع فى هذا الكتاب وما بعده عنوان (النظرية الوصفية) عنوانا للنظرية.

٩١- نظرية مينونج:

أ - لمينونج نقطة منطقية كانت موضوع انتباه رسل فى فجر هذا القرن[٣] حيث نعلم أن المنطقين التقليدى والرمزى اتفقا فى أن القضية الحملية بالمعنى الدقيق هى القضية الشخصية، أى ما يسند المحمول فيها إلى اسم علم أو اسم أى شىء جزئى. والآن نوجز نقطة مينونج فيما يلى. إذا كان لدينا قضية حملية موضوعها عبارة phrase تشير إلى شخص أو شىء معين، لكن لا وجود له فى الواقع، فإننا نأخذ هذه العبارة على أنها تشير إلى شىء معين له واقعيته بمعنى ما ومن أمثلة هذه العبارات (الملك الحاضر لفرنسا)، (الجبل الذهبى)، (المربع الدائرى) إلخ؛ فإذا دخلت هذه العبارات وأمثالها فى قضايا سليمة التركيب من الناحية اللغوية فإنها تشير

(المعرفة بالإدراك المباشر والمعرفة بالوصف): Knowledge by Aequaintance and Knowledge by Description، قرأها في (الجماعة الأرسطية) Aristotelian Society عام ١٩١١، ثم نشرت فى مجلة هذه الجماعة فى العام التالى؛ وأعيد نشرها فى كتاب (التصوف والمنطق) Mysticism and Logic (١٩١٢)، ولقد بسط رسل النظرية فى الفصل الخامس من كتابه مشكلات الفلسفة (١٩١٢): The Problems of Philosophy ويحمل الفصل نفس العنوان السابق وتعرض رسل للنظرية فى مقال (طبيعة الإدراك المباشر) The Nature of Acquaintance، نشره فى مجلة Monist (١٩١)، لكنه أفاض فى شرح النظرية فى مجموع محاضراته المسماة (فلسفة الذرية المنطقية) The Philosophy ogical Atomism (١٩١٨)، وقد عقد فصلا عن النظرية بعنوان (أسماء الأعلام) فى كتابه بحث فى المعنى والصدق An Inquiry into Meaning and Truth (١٩٤٠)، إلى أن لخص نظريته الوصفية فى آخر كتبه تطويرى الفلسفى My Philosophical Development ص ٨٣-٨٥.

[٣] رأى مينونج أن لكل موضوع يتنبه إليه الفكر وجودا واقعيا، ليس ذلك فقط فى الأشياء الفيزيقية التى لها وجود واقعى محسوس، وإنما الأفكار فى الرياضيات والمنطق لها وجود واقعى، بل جعل للفكرة المستحيلة وجودا واقعيا. ويمكن فهم هذه الموضوعات إذا دخلت فى قضايا سليمة التركيب من الناحية اللغوية فلقد أخذ مينونج فكرته الأساسية عن أستاذه برنتانو الذى لم يقبل الموقف الانطولوجى لتلميذه.

إلى وجود واقعي وتصبح (موضوعات منطقية) Logical subjects. خذ القضية: (الجبل الذهبي غير موجود) – هذه قضية حملية، والعبارة (الجبل الذهبي) موضوع حمل حقيقي فيها ويشير فيها إلى شيء حقيقي، رغم أنه ليس شيئا محسوسا، لأنك إن قلت أن (الجبل الذهبي غير موجود)، فإنك تكون قد أصدرت حكما على شيء ما بعدم وجوده؛ ومن الواضح أنه يجب أن يكون هنالك شيء – الجبل الذهبي- لتقول إنه غير موجود، فإن أنكرت وجود الجبل الذهبي – بمعنى ما – فلا معنى لإصدار الحكم، حيث نصدر الحكم دائما على شيء ما؛ وبالمثل نتناول القضية (المربع الدائري) شيء متناقض. ويلاحظ مينونج أن هذا النوع من القضايا لا يخضع لقانون عدم التناقض: خذ القضية (الملك الحاضر لفرنسا أصلع) – من الواضح أن ليس بفرنسا الآن ملكية وإنما جمهورية، وبالرغم من ذلك فإن للقضية السابقة معنى ودلالة، وتصدر حكما على شخص له واقعيته وإن لم يكن هذا الواقع محسوسا. لكن إذا لم يكن لملك فرنسا وجود واقعي الآن، فإن القضيتين (الملك الحاضر لفرنسا أصلع) و (الملك الحاضر لفرنسا ليس أصلع) صادقتان معا؛أي إذا لم يكن لموضوع القضية وجود واقعي محسوس، فإنه يمكنك أن تسند إليه محمولين متناقضين. إن الوجود الواقعي الذي يتحدث عنه مينونج هنا وجود منطقي[4].

ب- كان رسل مقتنعا بوجاهة هذه النظرية أول أمره، لكنه رفضها حين وصل إلى نظريته الوصفية لأنه أدرك نقطة الضعف في نظرية مينونج وظن لهذا أن عبارة (الملكة الحاضرة لإنجلترا) من نفس الصورة المنطقية لاسم العلم (إليزابث

---

[4] انظر: Logic and Knowledge, On Denoting, p. 45؛ وأيضا:
My Philosophical Development, p. 84 وأيضا: I. M. P. p. 122.
سوف نشير فيما بعد إلى الكتاب الأخير بالرمز P. D.

الثانية) وما دام هذا الاسم يشير إلى إنسانة معينة، كذلك للعبارة السابقة نفس الإشارة؛ ورأى مينونج نتيجة لذلك أن العبارة (الملك الحاضر لفرنسا) شبيه في تركيبها اللغوى (الملكة الحاضرة لإنجلترا)، وما دامت هذه تشير، كذلك ينبغي أن تشير العبارة الأولى ولقد بين رسل في نظريته الوصفية أن هذا الموقف فاسد لأنه كشف عن تمييز منطقى حاسم بين اسم العلم والعبارة الوصفية، حتى لو أشارت هذه العبارة إلى نفس ما يشير إليه اسم العلم(٥)

٩٢- الوصف الغامض

أ- تحلل النظرية الوصفية نوعين من العبارات الوصفية أو الأصناف: وصف غامض أو غير محدد ambiguons or indefinite description ووصف محدد definite description. تتألف العبارة الوصفية الغامضة من حد عام في صيغة النكرة أو مسبوقا بكلمات معينة مثل: (رجل ما) a man، (أى إنسان) (بعض الناس)، (كل الناس) إلخ فحين أقول (قابلت رجلا ما) ، فإن (رجلا ما) تحدد نوع الكائن الذى رأيت، دون تحديد فرد معين في ذلك النوع: وبالمثل فإن القضايا (أى إنسان يمكن أن يطالب بحقه)، (بعض الناس منافقون) تحوى أوصافا غامضة. أما الوصف المحدد فهو عبارة تتألف من حد عام مسبوق بأداة التعريف؛ وقد يتبع أيضا بلفظ أو أكثر مما يدل على تحديد خاصة معينة، وتشير العبارة الوصفية المحددة إلى شيء

---

(5) – Mysticism and Logic and Other Essays, Penguin ed., p. 211-2.

وسوف نشير فيما بعد إلى هذا الكتاب بالرمز M. L.

محدد أو شخص معين دون سواه[6]. وكمثال للوصف المحدد: الملك الحاضر لإنجلترا، الملك الحاضر لفرنسا، دورة الأرض حول الشمس، دورة الشمس حول الأرض، الرجل ذو القناع الحديدى، المرشح الذى ينال أكبر عدد من الأصوات، أخر شخص دخل هذه الحجرة، من الواضح أن كلا من هذه العبارات يشير إلى شيء (واحد لا أكثر) وتوحى بأن لهذا الشيء خاصة معينة[7].

ب-يمكن إجمال النظرية الوصفية فى ثلاث أفكار رئيسية: التمييز الحاسم بين اسم العلم والوصف، وأن ينطوى الوصف على دالة قضية، وأن الوصف رمز ناقص. نقول فيما يلى رأى رسل فى العبارة الوصفية الغامضة فى ضوء تلك الأفكار بإيجاز. ماذا تقرر القضية (قابلت رجلا ما)؟ قد يعرف قائلها من قابله معرفة شخصية، لكنه لم يشأ ذكر اسمه، وقد يكون قد قابل رجلا غريبا لا يعرف اسمه. افرض أن قائل القضية يعرف اسم من قابله وليكن (مصطفى) مثلا، فإن رسل أراد هنا أن يقول إن القضيتين (قابلت مصطفى) و (قابلت رجلا ما) متميزتان، لأن الأولى تسمى شخصا باسمه، بينما ليست الثانية كذلك. ومن أوجه الخلاف الأخرى بين القضيتين أنه يمكن ترجمة القضية الثانية إلى صيغة أخرى تساويها فى المعنى لكن فى صورة منطقية مختلفة (قابلت رجلا ما) تعنى دالة القضية (قابلت س و أن س رجل) صادقة أحيانا؛ خذ (رجلا ما) فى قضية أخرى مثل (رجل ما موجود)a man exists: هذه القضية مساوية فى معناها للقضية (الناس موجودون) ومن ثم فالقضية الأولى لا تقرر

---

[6] لا يمكن ترجمة كل وصف محدد يحوى التعريف بأل من الإنجليزية إلى العربية، ويمكن ترجمته إلى العربية فى صيغة من صيغ المعرف وهى صيغة المضاف، وهى صيغة يستخدمها بعض المناطقة الذين كتبوا عن رسل، انظر:

Quine, Methods of Logic, p. 216.

[7] M. L. p. 202.

وجودا واقعيا لنوع من الكائنات وإنما تنطوى فقط على دالة القضية (س إنسان) صادقة أحيانا؛ ومعنى ذلك أنه حين نسند الوجود إلى وصف غامض لا نعنى تقرير وجود واقعى محسوس وإنما توجد حالة واحدة على الأقل مما يجعل دالة ما صادقة. يتضح من التحليل السابق أن (قابلت رجلا ما) تختلف اختلافا منطقيا عن (قابلت مصطفى) : إنى فى القضية الأخيرة حددت من قابلت تحديدا تاما، بينما فى القضية الأولى عبرت فقط عن دالة قضية ممكنة. نقول أخيرا عن الوصف الغامض إنه (رمز ناقص) incomplete symbol؛ والمقصود بذلك أنه التعبير الذى لا معنى له فى ذاته وإنما يكتسب معنى إذا دخل فى سياق قضية: إن (رجلا ما) بمفردها تعبير ناقص المعنى، لكن (رأيت رجلا ما) أعطت للتعبير معنى، حتى لو لم نعرف من هو ذلك الرجل[٨]. لم ينظر رسل إلى الوصف الغامض على أنه الذى يبحث عن تحليله لكن تحليله للوصف المحدد هو هدف نظريته.

٩٣- الوصف المحدد واسم العلم:

يقول رسل: " أول شيء نؤكده للوصف المحدد أنه ليس اسما"[٩]. يمكن التقاط نقط أربعة من كتابات رسل المتعددة تكشف عن هذا التمييز.

(أ) الاسم رمز بسيط، بينما الوصف المحدد رمز مركب؛ خذ مثال رسل المشهور (سكوت مؤلف وفرلى) Scott is the author of Waverly[١٠] نقول عن (سكوت) إنه اسم، وعن (مؤلف وفرلى) إنه وصف محدد؛ إننا نسمى الرمز بسيطا إذا

---

[8] I. M. P., pp. 167 – 73.

[9] Logic and Knowledge P. L. A., p. 224.

(١٠) أشار رسل إلى الواقعة التى أوحت إليه بهذه القضية: إذا تساءل الملك جورج الرابع عما إذا كان سير ولتر سكوت هو الذى ألف حقا ديوان وفرلى: انظر:

logic and Knowledge. On Denoting, p. 47.

كان مؤلفا من أجزاء (وهنا حروف) ليس كل جزء فى ذاته رمزا، ونسمى الرمز مركبا إذا كان مؤلف من أجزاء (كلمات) لكل جزء منهما دلالة ومعنى. إن (مؤلف) رمز يعنى شخصا يقوم بكتابة شيء ما أو عمله، (وفرلى) عنوان ديوان شعر.

(ب) يرتبط الاسم بموضوعه ارتباطا مباشرا، بينما الوصف المحدد ليس كذلك، لأنه حين نستخدم اسم العلم استخداما صحيحا يجب أن نشير به إلى شيء جزئى معين فى الواقع، هو مسماه، وما لم نعرف ما يشير إليه الاسم. لا يمكننا فهم الاسم، ومن ثم (سكوت) اسم شخص معين يمكنك فهم معناه إذا كنت رأيت هذا الشاعر أو سمعته أو قرأت له. ومن جهة أخرى يمكننا فهم الوصف المحدد لو لم تكن سمعت بما أو من يشير إليه؛ إن (مؤلف وفرلى) وصف محدد يمكنك فهم معناه متى عرفت كيف تستخدم كلمة (مؤلف) فى اللغة، وأن (وفرلى) ديوان شعر، حتى دون أن تعرف أن سكوت هو من تشير إليه العبارة الوصفية[11].

حـ- الاسم رمز تام بينما الوصف المحدد رمز ناقص. نسمى الرمز تاما حين يفيد معنى تاما فى ذاته ولا يعتمد فهمنا له على كلمة أخرى تعطيه معنى، وأسماء الأعلام جميعا من هذا النوع. لكننا نسمى الرمز ناقصا إذا لم يعط فى ذاته معنى تاما وإنما يكسب هذا المعنى فى سياق معين، ومن ثم فالوصف المحدد رمز ناقص. (مؤلف وفرلى) وحدها تثير معنى ناقصا لا يتم، لأن قراءتنا لها أو سماعنا إياها يثير عدة أسئلة مثل: من هو؟ أو ماذا تريد أن تقول عنه؟ وقد نكف عن هذه الأسئلة حين يقال لنا مثلا إن مؤلف وفرلى شاعر ملهم[12].

---

[11] قارن ذلك بما سبق أن قاله رسل عن اسم العلم فى الفقرة: ٦٩ ب ٤.

[12] Logic and Knowledge, P. L. A., p. 244, I. M. P., pp. 173-4.

د- لو كانت العبارة الوصفية المحددة اسم علم لكانت القضية (سكوت مؤلف وفرلى) تحصيل حاصل، لكنها ليست كذلك. وقبل أن نشرح هذه النقطة يحسن استرجاع ما قلناه في فصل سابق عن قضية الهوية حيث تحوى قضية الهوية اسمين أو اسما وعبارة وصفية محددة يرتبطان برابطة مناسبة؛ (خوفو باني الهرم الأكبر)، (هومر صاحب الإلياذة)، (أرسطو مؤسس نظرية القياس المنطقى)، (سكوت مؤلف وفرلى)، (طه حسين مؤلف الأيام): هذه قضايا هوية من النوع الذى يحوى اسما ووصفا محددا، ونلاحظ على هذه القضايا أن الوصف ليس صفة عامة مما تحمل على أشياء عدة غير الموضوع الموجود بل هو صفة خاصة مقصورة على هذا الموضوع[١٣]. مثال لقضية الهوية التى تحوى اسمين: سكوت هو سير وولتر، سكوت هو سكوت. الآن يمكننا فهم قول رسل إن القضية (سكوت مؤلف وفرلى) ليست تحصيل حاصل حيث تختلف هذه القضية اختلافا أساسيا عن القضية (سكوت هو سير وولتر) مثلا. نعم القضيتان قضيتا هوية، لكن بينما تحوى القضية الأولى اسم علم ووصف، تحوى الثانية اسمى علم. نقول عن (سكوت هو سكوت) أو (سكوت هو سير وولتر) أنها تحصيل حاصل لأنها لا تضيف إلى علمنا جديدا، نعم قد تضيف القضية الثانية علما لمن لم يعرف اسم سكوت كاملا، لكن الجديد حينئذ هو اسم آخر. أما (مؤلف وفرلى) فى (سكوت مؤلف وفرلى) فليس اسما وإنما عبارة تدل على واقعة تاريخية عن سكوت أو عن الشعر الإنجليزى، ولا صلة لذلك بالتسمية؛ سمى سكوت باسمه منذ ولد، وفي وقت لم يكن قد كتب وفرلى، ومن ثم فالارتباط ضرورى بين (سكوت) وسكوت، لكن الارتباط غير مباشر بين (سكوت) و (مؤلف وفرلى): إذا كان

---

[١٣] قارن قضايا الهوية عند فريجة فى الفقرة: ٥٢.

تأليفه الديوان أمرا حادثا كان يمكن ألا يتم، كما أنه من الممكن أن نعرف سكوت دون أن نعرف أنه مؤلف وفرلي، والعكس صحيح أيضا[١٤].

٩٤- الوصف المحدد ودالة القضية

أ- العنصر الثاني الهام في النظرية الوصفية هو تحليل العبارة الوصفية المحددة بلغة دالة القضية، وسوف يعطينا هذا التحليل دليلا آخر على التمييز المنطقي الأساسي بين اسم العلم والوصف. حين نترجم قضية تحوى اسم علم إلى دالة قضية سوف يظهر هذا الاسم الترجمة الجديدة، لكن حين نترجم قضية تحوى وصفا محددا إلى قضية سوف يختفي هذا الوصف حين نوضح هذا التمييز وتلك الترجمة بتقديمنا تحليل رسل للقضايا الأربعة الآتية على التوالي: سكوت مؤلف وفرلي، مؤلف وفرلي موجود، مؤلف وفرلي شاعر، الملك الحاضر لفرنسا أصلع. يحلل رسل القضية (سكوت مؤلف وفرلي) إلى القضايا الثلاثة الآتية:

(١) "هـ كتب وفرلي" صادقة أحيانا"

(٢) "إذا كان هـ، وكتب وفرلي فإن هـ هو و "صادقة دائما"

(٣) إذا كان هـ كتب وفرلي فإن هـ هو سكوت" صادقة دائما"

ويمكن إجمال الدالات الثلاث السابقة في دالة واحدة:

"(هـ كتب وفرلي) تكافيء دائما (هـ كان سكوت)"

ويمكن ترجمة الدالات الثلاث السابقة إلى اللغة المألوفة كما يلي:

(١) شخص واحد على الأقل كتب وفرلي. (٢) شخص واحد على الأكثر كتب وفرلي. (٣) إن الذى كتب وفرلي كان سكوت[١٥].

---

(١٤) انظر: Logic and Knowledge, pp. 50, 245. ؛ وأيضا: p.D., pp. 83-4.

(15) I. M. P., pp. 176- 8.

ويمكن إجمال القضايا الأخيرة في واحدة: (شخص واحد وواحد فقط كتب وفرلى وإنه كان سكوت"[١٦]. وكان هدف رسل من هذه الترجمات أن يثبت أن اسم العلم يظهر في التحليل.

ب- خذ الآن قضية وجودية موضوعها وصف محدد مثل (مؤلف وفرلى موجود)؛ لكي نترجم هذه القضية إلى دالة قضية يلزم توفر ثلاث شروط: (١) أن تكون الدالة صادقة على قيمة واحدة على الأقل للمتغير هـ، (٢) أن تكون الدالة صادقة على قيمة واحدة على الأكثر للمتغير هـ، (٣) أن يؤخذ الوجود هنا لا بمعنى وجود جزئي واقعي وإنما بالمعنى المشتق من تصور شيء ما "أ" بحيث أن (هـ كتب وفرلى) صادقة حين تكون (هـ هي أ)، وتكون كاذبة حين تكون (هـ ليست أ). نلاحظ هنا أن (مؤلف وفرلى) اختفت في التحليل (نعم ظهر الاسم (وفرلى) في التحليل، وهو اسم علم لمن المقصود في سياقنا (مؤلف وفرلى) وليس (وفرلى))، ويدل اختفاء الوصف من الدالة على أنه ليس اسم علم.

حـ- خذ الآن قضية حملية موضوعها وصف محدد مثل (مؤلف وفرلى شاعر) لنرى تحليل رسل لها؛ إنه تحليل شبيه بتحليل القضية (سكوت مؤلف وفرلى)، كما يلي: (هـ كتب وفرلى تكافيء "هـ" هو "أ" وأن أ شاعر صادقة أحيانا) أو " يوجد شيء ما "أ" بحيث أن "هـ" كتب وفرلى تكافي "هـ" هو "أ" في كل قيم "هـ" وأن "أ" شاعر"[١٧]. ويمكن صياغة الدالة السابقة صياغة أخرى في القضايا الثلاثة الآتية:

(١) شخص واحد على الأقل كتب وفرلى.

(٢) شخص واحد على الأكثر كتب وفرلى.

---

(16) M. L., p. 214.

(17) J. Passmore, A Hundred Years of Philosophy, p. 230

(٣) إن الذى كتب وفرلى كان شاعرا[١٨].

نلاحظ هنا أن (مؤلف وفرلى) اختفت من التحليل، ومن ثم فالقضية (مؤلف وفرلى شاعر) لم تصدر حكما على سكوت، كما نلاحظ أن (مؤلف وفرلى) ليس (موضوعا منطقيا) لأن ما يعبر عن الموضوع المنطقى هو الاسم الدال على فرد معين. وما دامت (مؤلف وفرلى) تحتل مكان الموضوع فى القضية فإنه يجب اعتبارها "موضوعا حسب مكانها فى القضية grammatical subject، لا موضوعا منطقيا".

د- حين وصل رسل إلى تمييز اسم العلم من الوصف المحدد وترجمة القضية التى تحول أحدهما أو كليهما إلى دالة قضية، ومعنى الوجود فى الدالة حيث استطاع رسل تقديم تحليل صحيح لنوع من القضايا مثل (الجبل الذهبى غير موجود)، (الملك الحاضر لفرنسا أصلع)، وبذلك يكون قد استطاع أن يجد أساسا لرفض نظرية مينونج فى الوجود الواقعى المنطقى لموضوعات الفكر - مستقلا عن العقل الإنسانى حيث يقول رسل إننا إذا أخذنا الوجود بمعنى (الصادق أحيانا) وعدم الوجود بمعنى (الكاذب دائما)، أمكننا التخلص من إسناد وجود موضوعى لمعنى العبارة الوصفية التى لا تشير إلى واقع محسوس، ومن ثم تصبح القضية (الجبل الذهبى غير موجود) بفضل النظرية الوصفية - تعنى (دالة القضية (هـ ذهبى) و (هـ جبل) كاذبة فى كل قيم هـ)؛ لقد اختفت هنا عبارة (الجبل الذهبى) ومن ثم لم تعد اسما ولا تشير إلى شىء واقعى بأى معنى من المعانى؛ وما دامت (الجبل الذهبى) ليست اسما فلن تكون موضوعا منطقيا فى القضية التى ترد فيها وإنما (موضوع حسب مكانه من الجملة) فقط. لاحظ رسل أخيرا أن القضية السابقة تخضع لقانون عدم

---

(18) Logic and Knowledge. P. L. A.. p. 250.

التناقض – خلافا لما أعلن مينونج – لأننا نقرر أن (الجبل الذهبى موجود) قضية كاذبة، وأن (الجبل الذهبى غير موجود) صادقة[١٩].

هـ- لكل من فريجة ومينونج ورسل تحليل مختلف للقضايا التى تحوى عبارة وصفية محددة لا تشير إلى واقع مثل (الملك الحاضر لفرنسا أصلع) حيث رأى فريجة وجوب استبعاد مثل هذه القضية، كما يجب استبعاد القضايا التى تحوى أسماء أعلام خرافية، فإذا حدث واستخدمناها فإنا لا نستطيع أن نحكم عليها بصدق أو بكذب، ومن ثم لا تخضع لقانون الثالث المرفوع فرأى مينونج أن مثل هذه القضية لها معنى حتى لو لم تشر إلى شيء مفرد واقعى محسوس، بل ويدل موضوعها على وجود واقع مستقل عن عالمنا، وأن هذه القضية لا تخضع لقانون عدم التناقض، أى يمكننا الحكم عليها وعلى نقيضتها معا بالصدق ونذكر فيما يلى تحليل رسل لتلك القضية، ويبدأ بقوله إنها تنحل إلى قضيتين: (الملك الحاضر لفرنسا موجود) . (الملك الحاضر لفرنسا أصلع) إن القضية الأولى هنا تعنى لا تقرير وجود واقعى لهذا الملك، وانما تعنى أن (الدالة يوجد فرد واحد على الأقل أ ممن يحكم فرنسا. صادقة أحيانا)، وعلينا أن نعوض عن المتغير بقيمة مناسبة، ومن الواضح أننا لا نجد الآن تلك القيمة إذ لا يوجد الآن فى الواقع الدولى ملوك فى فرنسا، ومن ثم نقول عن الدالة السابقة إنها تعنى أنه (يوجد فرد واحد على الأقل أ بحيث أن أ يحكم الآن فرنسا وأن أ أصلع)، لكننا لن نجد قيمة لهذا المتغير ومن ثم فالقضية كاذبة دائما.

و- وهنالك نقطة هامة يبرزها رسل فى تحليل القضية (الملك الحاضر لفرنسا أصلع)؛ إذا أردنا سلبها، لا نقول (الملك الحاضر لفرنسا ليس أصلع)، لأن هذه تتضمن تقرير وجود واقعى لذلك الملك بحيث ننكر عليه فقط أنه أصلع؛ إن سلب قضيتنا

---

(19) P. D., p. 84.

سلبا صحيحا هو: "إما أنه لا يوجد شخص مما يكون ملك فرنسا، أو أنه إذا كان يوجد فإنه ليس أصلع"والمقصود هنا إنكار وجود الملك أصلا، بدلا من إثبات وجوده وإنكار أنه أصلع، ومن ثم لا وجود لمن نصفه بالصلع، وفي هذه الحالة تكون القضية (الملك الحاضر لفرنسا أصلع) قضية كاذبة[٢٠].

ز- يمكننا الآن تلخيص نظرية رسل الوصفية بمقارنتها بنظريتي فريجة ومينونج فيما يلي: (١) يجب ألا نستخدم اسم العلم في لغة منطقية أو علمية إلا إذا كان هنالك شيء أو شخص في الواقع يشير إليه هو مسماه، ولقد قال فريجة ذلك من قبل، ولم يعترض عليه مينونج.

(٢) لا مانع من استبدال عبارة وصفية محددة باسم العلم الذي يشير إلى من يوصف بتلك العبارة لكن اسم العلم والوصف المحدد متميزان من الناحية المنطقية تمييزا تاما، وأن للقضية التي يرد فيها الوصف المحدد معنى، حتى لو لم نعرف ما أو من يشير إليه ذلك الوصف. للقضية (مؤلف هنا يشير إلى ديكارت. لقد قال فريجة أن القضيتين – التي تحوي أحدهما اسم علم وتحوي الثانية وصفا محددا – متكافئتان في الصدق، وأن حذرنا فريجة من استخدام هذا التكافؤ دائما في لغة منطقية صورية، لكن فريجة لم يوضح لنا أساس هذا التحذير؛ جاء رسل بهذا الأساس حين ميز تمييزا حاسما بين الاسم والوصف. ومن جهة أخرى لم يفطن مينونج إلى هذا التمييز، فوقع في نظريته الواقعية حين طبق الوصف المحدد المشير إلى واقع على الوصف المحدد الذي لا يشير.

---

(٢٠) Logic and Knowledge, P. L. A., p. 251؛ وأيضا:
I. M. P., p. 179.

(٣) سمح رسل بالقضية التى يرد فيها وصف محدد لا يشير إلى شىء فى الواقع بأن لها معنى ويمكننا فهمها، وبالرغم من أن لها معنى فهى كاذبة. لكن فريجة لم يسمح بهذا النوع من القضية فى لغة صورية، بل ورأى أنه يجب الحكم عليها لا بالصدق ولا بالكذب. ومن جهة أخرى رأى رسل أن هذا النوع من الأوصاف لا يشير إلى وجود منطقى، بل أصبح عدم إشارتها إلى واقع محسوس مرادفا لكذب القضايا التى ترد فيها هذه الأوصاف، ومن ثم رفض الموضوعات المنطقية لمينونج، كما اختلف رسل عن مينونج فى أن أمثال هذه القضايا التى تخضع لقانون عدم التناقض: تكون كاذبة دائما، وسلبها صادق دائما.

(٤) حين أدت النظرية الوصفية برسل إلى فهم الوجود على أنه الصادق أحيانا، وعدم الوجود على أنه الكاذب دائما، تخلص من الوجود الواقعى للأعداد والعلاقات والأصناف - ذلك الوجود الذى ورثه عن فريجة، ومن ثم حل أصحاب برنكبيا التناقضات المتعلقة بالاتجاه اللوجستيقى فى أصول الرياضيات.

٩٥- الوصف المحدد والرمز الناقص

يميز رسل فى نظريته الوصفية بين الرمز التام والرمز الناقص. الرمز التام ما له معنى فى ذاته مستقلا عن أى آخر، أما الرمز الناقص فمعناه غير تام إذا جاء بمفرده. سبق أن استخدام رسل هذا التمييز ليفصل بين اسم العلم والوصف، وليبين أن اسم العلم رمز تام والوصف المحدد رمز ناقص ونريد الآن مزيدا من التوضيح لمعنى الرمز الناقص وتطبيقه على الوصف المحدد وأبسط الأمثلة على الرموز الناقصة ورموز العمليات الحسابية: + ، x ، ÷ ، إلخ؛ إذ لا معنى لهذه الرموز فى ذاتها، وإنما تكتسب معناها حين تدخل فى سياق صيغة جمع أو ضرب عددية أو معادلة

جبرية فالعبارات الوصفية رموز ناقصة بهذا المعنى أى أنها بمفردها لا يجرى عليها التعريف بل يجرى عليها ما يسميه رسل (التعريف بالاستخدام) definition in use والمقصود أنه يمكن فهم الوصف المحدد إذا دخل فى سياق قضية وحين وصل رسل إلى هذه الفكرة، رأى أن الموضوعات الرياضية والمنطقية كالأعداد والأصناف والعلاقات رموز ناقصة كالأوصاف المحددة. خذ مثلا: ((الجذر التربيعى للعدد -١ نصف الجذر التربيعى للعدد -٤)): تحوى هذه القضية أوصافا محددة، وهى لا تشير إلى أشياء جزئية واقعية، وإن عبرت عن حقائق رياضية - فالحقائق الرياضية لا تتضمن أنها موجودات حقيقية فى عالم آخر، ومن ثم ليس للأعداد والأصناف إلخ وجود فى عالم آخر وإنما هى رموز ناقصة[٢١].

---

[٢١] انظر: Principia, I, p. 66؛ وأيضا:
Logic and Knowledge, P. L. A., p. 253. وأيضا:
Stebbing, A Modern Introduction to Logic, pp. 152-3.

الفصل السابع عشر

منطق رسل ووايتهد (٥)

نظرية حساب الأصناف

٩٦- مقدمة:

أ- لنظرية حساب الأصناف جانبان: جانب منطقي وآخر رياضي؛ ويرتبط الجانب الرياضي أولا بتعريف العدد تعريفا منطقيا بحتا، وذلك برده إلى تصورات الصنف والعلاقة والمشابهة عند أصحاب الاتجاه اللوجستيقي حيث يرتبط ثانيا بما يسمى (المفارقات) Paradoxes أو (التناقضات) contradictions التي اكتشفها رسل وغيره، وكشف عنها تعريف الأعداد اللا متناهية والصنف الذى هو عضو فى ذاته؛ فيرتبط الجانب الرياضي من حساب الأصناف ثالثا بما سماه رسل "نظرية الأنماط المنطقية" Theory of Logical Types وهى تعتبر حل من جانب رسل لتلك المفارقات ولن نعرض لهذا الجانب وإنما نكتفى بإيجاز نظرية الأصناف فى جانبها المنطقى البحت عند أصحاب برنكبيا.

ب- يرجع الفضل إلى بول فى تقديم أول محاولة لإقامة المنطق الرمزى بالمعنى الدقيق، وإن كان قد اقتصر فى جهده على إقامة مبادىء حساب الأصناف، دون غيرها من نظريات ذلك المنطق؛ ولقد لاحظنا فى شرحنا لبول أنه استخدم رموزا لمتغيرات الأصناف، كما اصطنع رموزا لبعض الثوابت - وكانت ثوابت رياضية

في أساسها كعلامات الجمع والطرح والضرب والقسمة والمساواة وعددى الصفر والواحد الصحيح؛ ومن ثم لم يعط بول للثوابت تفسيرا منطقيا ونلاحظ أيضا أنه لم يستطع وضع نظريته فـي نسق استنباطي بالمعنى الدقيق، كما كان متمسكا بوضع النظرية على نموذج علم الجبر ومن ثم لم يتمكن من تقديم نظريته معتمدة على تصورات منطقية خالصة ولعل أهم ما وصل إليه بول فـي نظريته للأصناف هو تصورات الجمع المنطقي والضرب المنطقي وإن كان قد صاغها في رموز جبرية[1].

حـ- حاول جيفونز وبيرس وشرويدر وهنتنجتن تطوير منطق بول في نواح مختلفة، إذ صححوا بعض أفكاره عن الثوابت التي استخدمها وأضافوا ثوابت أخرى غفل عنها، ومن ثم صححوا بعض القوانين المنطقية التي صاغها؛ كما حاولوا إقامة نظرية الأصناف في نسق استنباطي؛ لكننا نلاحظ أنهم كانوا جميعا يكتبون نظريتهم المنطقية على نموذج جبرى. نعم بذل بيرس وشرويدر جهدا ضخما في إقامة نظرية العلاقات كما كانت لهما أفكار أصلية في نظرية حساب القضايا، لكن كانت جهودهم محدودة، وفي طريق علم الجبر إذا قيست بجهود فريجة في تلك الميادين.

د- كان يوجد اتجاه آخر لتطوير المنطق الرمزي، غير اتجاه بيرس وشرويدر، لا يتخذ نظرية بول نقطة البدء، ومن ثم لا يصطنع النموذج الجبرى - كان اتجاه إقامة منطق جديد يكون أساسا تشتق منه التصورات الأساسية للرياضيات كلها، بما فيها علم الجبر - وهو الاتجاه اللوجستيقي؛ ولكي يحقق هذه الاتجاه هدفه، يلزم أن يكون علم المنطق محتويا على أفكار منطقية خالصة: لقد بدأ فريجة هذا الاتجاه وشاركه فيه بيانو وتلاميذه ومن ثم طوره أصحاب برنكبيا من بعده، لقد

---

[1] انظر الفصل السادس.

بدأ فريجة جهده الضخم بإقامة مبادىء نظرية حساب القضايا، ثم اتخذها أساسا لنظريات أخرى، من بينها نظرية بول فى الأصناف مطورة؛ ونلاحظ أيضا أن فريجة وبيانو قد أشارا إلى خطأ بعض المواقف المنطقية لبيرس وشرويدر.

هـ- قرأ رسل أعمال بول ومدرسته، وأفاد من مواقفها التى ثبت صحتها؛ وأفاد من مواقف فريجة وبيانو، وأهم هذه المواقف إقامة نظرية الأصناف على أساس نظرية حساب القضايا ولم يقف أصحاب البرنكبيا عند حد التوفيق بين المدرستين وإنما طوروا هذا الاتجاه أكثر مما أتى عليه رواده، كما طوروا نظرية الأصناف فى حساب منطقى كنسق استنباطى، مستفيدين مما أضافه فريجة وبيانو.

٩٧- الصنف ودالة القضية:

أ- رأى رسل في مبادئ الرياضيات أن حساب الأصناف كنسق استنباطى يبدأ بثلاثة أفكار أولية: صنف، وعضوية الفرد فى صنف membership of a class، ودالة القضية، وقد أخذ الأولى والثانية عن بيانو وأضاف هو الثالثة[2]. لكننا نلاحظ تطور موقف رسل هنا. إذ رأى أصحاب البرنكبيا أنه ليس لحساب الأصناف أفكارا أولية غير الأفكار الأولية لحساب القضايا[3]، ومن ثم أصبحت الأفكار الثلاثة السابقة مما تقبل التعريف. ونلاحظ من جهة أخرى أن تعريف (صنف) فى برنكبيا يفترض فكرة دالة القضية.

ب- يقدم برنكبيا للصنف تعريفين: تعريفا من زاوية الماصدق defifition by extension، وتعريفا من زاوية المفهوم definition intension، ويرتبط التعريف الأول بدالة القضية، والثانى بالرموز الناقصة ولنبدأ بالتعريف الماصدقى

---

[2] Principles of Mathematics, pp. 18-19.
[3] Principia, p. 24.

للصنف. (الصنف ...... هو كل الأشياء التى تجعل قضية ما صادقة.... ومن ثم تحدد كل دالة قضية صنفا، بالرغم من أنه إذا كانت دالة القضية كاذبة دائما، يصبح الصنف فارغا – نعنى ألا يكون له أعضاء)[٤]. ويقول رسل أيضا (كل صنف تحدده دالة من دالات القضايا التى تكون صادقة على أعضائه وكاذبة على غيرهم)[٥]، والمقصود بهذين التعريفين أن كل الحجج الصادقة لدالة ما تؤلف صنفا. خذ دالة القضية (هـ إنسان): يمكنك أن تعوض عن المتغير بقيمة، قد نقول سقراط أو أفلاطون أو زيد أو عمرو ... إلخ، حينئذ تكون الدالة صادقة ؛ نقول عن هؤلاء الأفراد إنهم يؤلفون صنفا، 'فرض أنك عوضت عن المتغير بقيم أخرى مثل (الهرم الأكبر) أو (معبد دلفى) أو (جبل المقطم)، فإن الدالة تكون كاذبة، ومن ثم لا تدل هذه العبارات إلا على ما يدخل فى أعضاء الصنف الذى لدينا وإن ما يحدد الصنف إنما أفراده أو أعضاؤه، وما يحدد أعضاء الصنف حجج صادقة لدالة ما من دالات القضايا ويزيد رسل هذا المعنى للصنف توضيحا: إذا كان لدينا صنفان، كل أعضاء أحدهما أعضاء فى الثانى، ولا يوجد عضو فى الثانى ليس عضوا فى الأول، ها هنا لدينا صنف واحد لا صنفان[٦]. ومن جهة أخرى، يحدد الصنف الفارغ كل الدالات الكاذبة دائما.

٩٨– الصنف والرمز الناقص

أ– نلاحظ أن رسل كان قد وصل إلى التعريف الماصدقى للصنف فى مبادىء الرياضيات[٧]، وفى ذلك يتفق فى تعريفه للصنف مع بول وبيرس وشرويدر، لكننا نلاحظ أيضا أن رسل كان يعتنق فى الكتاب السابق الاتجاه الواقعى للأصناف،

---

(4) Ibid., p. 23.
(5) I. M. P., p. 183.
(6) Ibid. p. 185.
(7) Principles, pp. 69, 80.

إذ ميز بين الصنف class وتصور الصنف class-concept: فحدد الصنف بأفراده، لكن كلمة (صنف) لا زالت تدل على تصور، ويؤلف تصور الصنف مع تصورات الأعداد والعلاقات والنقط ...إلخ عالما واقعيا موضوعيا مستقلا لا نخلقه وإنما نكتشفه[٨]. وهذان موقفان متناقضان في مبادىء الرياضيات (تعريف الصنف بما صدقه والنظرية الواقعية بالمعنى الأسكولائي لوجود الصنف). تخلص رسل من هذه النظرة الواقعية حين وصل إلى نظريته الوصفية، لكنه رأى في نفس الوقت أن التعريف الماصدقي للتصنيف غير كاف، ذلك لأنه لا يمكننا من تناول الأصناف اللانهائية، ويجعل التمييز بين الصنف ذي العضو الواحد وذلك العضو أمرا صعبا، كما يجعل فهم الصنف الفارغ مستحيلا[٩] ولقد رأى رسل حينئذ ضرورة تعريف الصنف من زاوية المفهوم أيضا، وأن يكون مساندا للتعريف الماصدقي حيث يقوم التعريف المفهومي للصنف على فكرة الصنف كرمز، وقد وصل رسل إلى هذه الفكرة مبكرا حين وصل إلى نظرية الأوصاف، وأثبتها أصحاب البرنكيبيا في كتابهم المشترك.

ب- (رموز الأصناف - كرموز الأصناف - في نسقنا رموز ناقصة يجرى عليها التعريف حين نستخدمها، لكننا نفترض أنها لا تعني في ذاتها شيئا على الإطلاق إنما تعني أن استخدام هذه الرموز يقبل التعريف بحيث أنه حين نضع التعريف بدلا من المعرف، لا يبقى بعد ذلك أي رمز مما نفترض أنه يمثل صنفا، ومن ثم ليست الأصناف - كما نستخدمها - سوى مواضعات رمزية أو لغوية، لا أشياء حقيقية، كما أن أعضاءها أشياء واقعية وإن كانت أفرادا)[١٠].

---

[8] Ibid., pp. 449-50.

[9] I. M. P., p. 183.

[10] I. M. P. p. 182. وأيضا Principia, I, pp. 71-2.

يدل هذا النص على أن برنكبيا تحول عن واقعية الأصناف، وأن الصنف ليس شيئا له وجود في عالم آخر، ومن ثم فليس (صنف) اسم علم، ومن ثم لن تكون رمزا تاما، ووصل أصحاب الكتاب إلى ذلك الموقف بعد أن أدرك رسل أن الصنف رمز ناقص. تكتسب كلمة (صنف) معنى باستخدامنا لها في سياق معين، أي حين تدخل الكلمة الدالة على صنف في قضية عن ذلك الصنف. لقد سبق لرسل أن أثبت أن العبارة الوصفية ليست اسم علم، لأنها تختفي بترجمة القضية التي ترد فيها تلك العبارة إلى دالة قضية، وقد رأى أصحاب برنكبيا الآن نفس الشيء بالنسبة لرموز الأصناف حيث يختفي رمز الصنف من القضية التي يرد فيها، بمعنى أن كل قضية عن صنف ما إنما هي قضية من القيم التي تجعل دالة القضية صادقة. خذ مثالا. القضية (صنف الناس المهتمين بالمنطق الرياضي ليس كثير العدد) تكافيء (لا يهتم بالمنطق الرياضي عدد كبير من الناس). هيا نستبدل (عدد كبير) بعدد محدود مثل العدد ٣؛ حينئذ تصبح قضيتنا (المهتمون بالمنطق الرياضي ليسوا ثلاثة)؛ ويمكن التعبير عن القضية الأخيرة في الصورة التالية: إذا كان (هـ) مهتما بالمنطق الرياضي، (و) مهتما بالمنطق الرياضي، (ى) مهتما بالمنطق الرياضي، فإن هـ هو و، أو هـ هو ى، أو و هو ى، ومن ثم اختفت كلمة (صنف)[11] ويبين هذا المثال أنه يمكن رد القضية التي تحوى رمزا لصنف إلى قضية مركبة عن قيمة لدالة قضية. ولقد أمكن لأصحاب برنكبيا – نتيجة موقفهم من الصنف كرمز ناقص – أن يعطوا تعريفا لوجود الصنف): فتقول عن صنف ما إنه موجود حين يوجد شيء واحد على الأقل مما يكون عضوا في هذا الصنف؛ (الصنف أ موجود) تضمن أن (هـ هو أ صادقة) وحينئذ أمكنهم

---

(11) Russell, Our Knowledge of the External World, London, revised and reset, reprinted, 1961, pp. 221-2.

إعطاء تعريف للصنف الفارغ بأنه ما ليس له أفـراد، أو أنه صنف غير موجـود بـالمعنى السابق[١٢]. لقد سبق لرسل فى تاريخه وفى حياته أن أعلـن أن مـن بـين الأفكـار الأساسية التى يدين فيها بالفضل لبيانو فكرة تعريف وجود الصنف).

٩٩- المصطلح الرمزى:

نشير الآن إلى المصطلح الرمـزى لحسـاب الأصنـاف فـى برنكبيـا، وأغلـب مفردات المصطلح مستعار من مصطلح بيـانو: (١) عضوية الفرد فى صنف، ورمزهـا Ɛ[١٣]. (٢) أعضاء الصنف، ونرمز لها بالحروف: هـ ، و، ى (z, y, x). (٣) الأصناف ونرمز لها بالحروف أ، ب، جـ (وكان أصحاب البرنكبيا يستخدمون الحروف الثلاثة الأولى من اللغة اليونانية): فإذا أردنـا وضع القضية (سقراط إنسان) أو (سقراط عضـو فى صنف الناس) فى صيغة صنفية رمزية، قلنا (هـ Ɛ أ): (X ε A) (٤) سلب الصنف، ورمزه (– – أ): (a -) ونقـــرؤه : لا أ؛ ويعني سلب الصنف صنف الأفـراد الـذى يجعل القضية (هـ Ɛ أ) كاذبة؛ فإذا أردنـــا سلب هـــذه القضية كتبنـــاها (هـ Ɛ –أ) أو (هـ – Ɛ أ) (X – Ɛ A) ونقرؤهـا: (هـ ليست عضـوا فى الصنف أ) . (٥) الضرب المنطقى بين الأصناف، وهـذا يقـابل فكـرة الربـط فى حساب القضايـا، ويستخدم حسـاب الأصنـاف نفس رمز الربط فى حساب القضايا، كما يستخدم رمزا جديدا هو ∩ من ثم فالصيغة (هـ Ɛ أ. هـ Ɛ ب) X Ɛ A. X Ɛ B نقرؤها:(هـ عضو فى أ وب معا، والصيغة (أ ∩ ب= ك (هـ Ɛ أ . هـ Ɛ ب): (X Ɛ A . A Ɛ B) (X) = A∩B تعنى أنه بالنسبة إلى كل أفراد هـ فإن هـ عضو فى أ و ب معـا. إن الضـرب المنطقى بين صنفين هـو الجزء المشترك

---

(12) **Principia, i, p. 29.**

(١٣) سوف نستخدم الثوابت فى حساب الأصناف هنا بنفس رسومها فى برنكيبا، أما المتغيرات فإنا نستخدم حروف اللغة العربية المقابلة للحروف المستخدمة فى ذلك الكتاب.

بينهما أو الصنف المؤلف من الأفراد التى تكون أعضاء فى كليهما: (الشباب الجامعى) تعبير يمثل صنف الشباب الذين هم أعضاء فى صنف الجامعيين، أو صنف الجامعيين الذين هم أعضاء فى صنف الشباب. (٦) الجمع المنطقى بين الأصناف، وهذا يقابل فكرة الفصل فى حساب القضايا، ويستخدم حساب الأصناف نفس رمز الفصل فى حساب القضايا، ويستخدم حساب الأصناف نفس رمز الفصل فى حساب القضايا، كما الرمز U؛ ومن ثم فالصيغة (هـ ε أ V هـ ε ب) : (X ε A V X ε B) نقرؤها: هـ عضو فى الصنف أ أو الصنف ب أو فيهما معا؛ ومن ثم فالصيغة أ U ب = ك (هـ ε أ V هـ ε ب) : A U B = (X ε A V X ε B) ونقرؤها: (الصنف "أ" أو "ب") يعنى أنه بالنسبة إلى كل أفراد "هـ" فإن "هـ" عضو فى الصنف "أ" أو فى "ب" أو فيهما معا. إن الجمع المنطقى بين صنفين هو صنف الأفراد الذين هم أعضاء فى صنف أو فى صنف آخر أو فيهما معا؛ "الآباء أو الحريصون على فائدة الشباب": مثل على جمع منطقى بين صنفين. (٧) الاحتواء والمقصود به إحتواء صنف فى صنف آخر، ويقابل فكرة التضمن فى حساب القضايا، ويستخدم حساب الأصناف نفس رمز التضمن فى حساب القضايا كما يستخدم الرمز ⊂ ، ومن ثم فالصيغة:

" أ ⊂ ب = هـ ε أ ⊃ هـ ε ب)، تعنى أن الصنف "أ" محتوى فى الصنف "ب" يكافىء القول أن أعضاء الصنف أ متضمنون فى أعضاء الصنف ب. (٨) يستخدم حساب الأصناف فكرة التكافؤ ورموزه فى حساب القضايا للتعبير عن الصيغ التحليلية، كما سنرى؛ لكنه يستخدم فكرة الهوية identity لتقابل فكرة التكافؤ فى حساب القضايا، ويرمز لها بعلامة المساواة. مثال: (أ = ب) تعنى أن الصنف "أ" والصنف "ب" صنف واحد لا اثنان، إذا كان كل أعضاء الصنف أ أعضاء فى الصنف

ب، وكل أعضاء الصنف ب هم أعضاء فى الصنف أ، ومن ثم الصيغة " هـ ε أ ≡ هـ ε ب"[14].

(٩) يرمز حساب الأصناف إلى (وجود الصنف) بالصيغة جـ ! أ (a ! ∃) فحين نقول عن صنف ما أنه موجود، نعنى إنه يوجد مثل واحد على الأقل مما يكون عضوا فى ذلك الصنف، ويتخذ التعبير عن وجود الصنف الصيغة "جـ ! أ= جـ (هـ ε أ) "$\exists$! a = ($\exists$ X) X ε a" "[15].

١٠٠- التعريفات:

لا يستخدم حساب الأصناف – عند أصحاب البرنكبيا – أفكارا أولية غير فكرة دالة القضية (وإن كانت هذه الفكرة موضوع تعريف فى حساب دالات القضايا)، كما قلنا؛ لكننا نجد فى هذا الحساب تعريفا لأفكار السلب وللفصل والتضمن والربط والتكافؤ، وقد سبقت منا الإشارة إلى بعض هذه التعريفات حين ذكرنا المصطلح فى حالات سلب الصنف والضرب والجمع والاحتواء وفيما يلى تعريفات حساب الأصناف:

(١) السلب كـ "هـ – ε أ = – (هـ ε أ)":

$$x - \varepsilon\, a = -(X\ \varepsilon\ a)$$

"هـ ليست عضوا فى أ" تعنى "أن من الكذب أن نقول أن هـ عضوا فى أ".

(٢) عضوية الفرد فى صنف: " هـ ، ε أ = هـ ε أ.و ε أ"؛ "هـ ، وأعضاء فى الصنف أ" تعنى أن "هـ عضو فى أ وأن و عضو فى أ".

---

[14] Principia. I. Pp. 25-8.
[15] Abid, p. 29.

(٣) الضرب المنطقى: "أ ∩ ب = ك (هـ ∈ أ. هـ ∈ ب)"؛ إن حاصل الضرب المنطقي بين صنفين "أ" و "ب" هو كل الحدود التى تكون أعضاء فى كليهما، ومن ثم نصل إلى الصيغة:

" هـ ∈ أ ∩ ب ≡ هـ ∈ أ.هـ ∈ ب" ، أى أن هـ عضو فى الضرب المنطقى للصنفين أ، ب تكافىء أن هـ عضو فى الصنفين أ، ب معا.

(٤) الجمع المنطقى "أ ∩ ب = ك (هـ ∈ أ ∨ هـ ∈ ب)"؛ إن الجمع المنطقي بين صنفين ب أو فيهما معا، ومن ثم نصل إلى الصيغة: "هـ ∈ أ ∩ ب ≡ هـ ∈ أ ∨ هـ ∈ ب".

(٥) الاحتواء "أ ⊂ ب = هـ ∈ أ ⊃ هـ ∈ ب"[١٦]

١٠١ – قضايا مشتقة:

بعد التعريفات، تأتى المصادرات؛ ويقول أصحاب البرنكبيا أن هنتنجيتن Huntington قد أحصى المصادرات اللازمة لنظرية حساب الأصناف (أو جبر الأصناف كما كان يسميها) عام ١٩٠٤، ونحيل القارىء على برنكبيا لبيان تفصيلها[١٧]. لكنا نذكر فيما يلى بعض القضايا التحليلية فى حساب الأصناف – فى برنكبيا والتى صيغت على نموذج حساب القضايا.

(١) أ ∩ ب = –(–أ ∪ –ب)، وهى شبيه بالصيغة ق. ل ≡ –(–ق ∨ –ل) (الضرب المنطقى أو الربط).

---

(16) Ibid., pp. 25, 27, 205.

(١٧) Ibid., p. 205-6. ؛ انظر أيضا:

Kneale, The Development of Logic, pp. 423-7.

(٢) هـ ε (أ u −أ)، ونقرؤها: هـ عضو فى الصنف أ أو الصنف لا أ: وهى شبيهة بالصيغة ق V − ق (الثالث المرفوع).

(٣) هـ − ε (أ n −أ)، ونقرؤها: هـ ليست عضوا فى الصنف أ وفى الصنف لا أ معا، وهى شبيه بالصيغة − (ق. − ق) (عدم التناقض).

(٤) أ = − (− أ)، وهى شبيهة بالصيغة ق ≡ − −ق (السلب المزدوج).

(٥) أ ⊆ ب ≡ − ب · −أ ، وتشبه (ق ل) ≡ (− ل ⊃ −ق)

(٦) أ = ب ≡ −أ = −ب ، تشبه (ق ≡ ل) = (−ق ≡ −ل)

(٧) أ = أ n أ، وتشبه الصيغة ق ≡ (ق. ق)

(٨) أ = أ u أ، وتشبه الصيغة ق ≡ (ق V ق)

نلاحظ أن القضية (٥) هى التعبير فى نظرية الأصناف عن القياس الشرطى المتصل من نوع نفى المقدم، وأن القضية (٦) لا مثيل لها فى المنطق التقليدى وإنما لها مقابل فى حساب القضايا وأن القضيتين (٧) و (٨) صورتان لقانونى تحصيل الحاصل.

(٩) أ ⊂ ب ب ⊂ حـ ⊃ أ ⊂ حـ، وتشبه فى حساب القضايا الصيغة:

(ق ⊃ ل. ل ⊃ م) ⊃ (ق ⊃ م)، وهى إحدى صور الضرب الأول من الشكل القياسى التقليدى.

(١٠) هـ ε ب. ب ⊆ حـ ⊃ هـ ε حـ، وتعبر هذه الصيغة عن حالة أخرى من صور الضرب الأول من الشكل الأول للقياس، وهو حالة ما إذا كانت المقدمة الصغرى شخصية[١٨].

---

(18) Principia, I, p. 28.

لقد أتم برنكبيا وضع نظرية الأصناف في نسق استنباطى أى على نموذج النسق الاستنباطى لحساب القضايا والاستعانة بما قدمه هنتنجتن ويظل يمضى بعدها في تقديم النظريات والبرهان عليها.[19]

[19] تجد تفصيل هذه البراهين فى برنكبيا – الجزء الأول ص٢٠٦ – ٢١٢.

الفصل الثامن عشر

منطق رسل ووايتهد (٦)

نظرية العلاقات

١٠٢- مقدمة :

لنظرية العلاقات - كنظرية حساب الأصناف- عند أصحاب البرنكبيا جانبان: جانب رياضي وآخر منطقي، ويتعلق الجانب الأول بالموقف اللوجستيقي في رد العلاقات بين التصورات الرياضية الأساسية إلى علاقات منطقية خالصة، ولن نقول عن هذا الجانب شيئاً، وإنما تكتفي بإيجاز الجانب المنطقي من النظرية. نظرية العلاقات شبيهة بنظرية الأصناف من عدة وجوه: في مصطلحها الرمزي مع تغييرات بسيطة، وفي نسقها الاستنباطي واتخاذها نظرية حساب القضايا أساساً لها، وفي النظر إلى العلاقات على أنها أيضا ناقصة لا كائنات موضوعية قائمة في عالم فكري مستقل عنا على المنطق التقليدي، وأنها أكثر نظريات المنطق الرمزي حداثة حيث نجد أول إشارة لها عند دي مورجان حين يدرس بعض العلاقات بين الحدود كالهوية والتعدي والعكس والسلب، واستخرج خواصها كما درس علاقات الربط والفصل بين تلك العلاقات[1]. لكن يعتبر بيرس أول من ساهم في إقامة نظرية منطقية في العلاقات كنموذج جبر الأصناف عند بول، ومطورا لأفكار دي مورجان، إذ أضاف إلى دي مورجان علاقتي الضرب النسبي والجمع النسبي بين العلاقات، كما قدم

---

[1] انظر الفقرات ٢٣-٢٥.

أول محاولة لجعل منطق العلاقات فى حساب منطقى[٢]. ولقد طور شرويدر جهود بيرس فى بناء ضخم بحيث وسع فى نظرية الأصناف والعلاقات وأضاف أفكارا أصيلة فى منطق حساب القضايا وحساب المحمول وإن كان قد أقامها على نموذج جبرى ومن ثم جاءت فجة محتاجة إلى تطوير . لقد قرأ رسل منطق بيرس وشرويدر ورأى مبكرا فى مبادىء الرياضيات أن منطقهما معقد وصعب للغاية كما أنه لا يهتم بالبحث فى أصول الرياضيات إلا عرضا؛ ووجد رسل أن لبيانو أفكارا أكثر أصالة وعمقا فى كل النظريات السابقة مما ذهب إليه بيرس وشرويدر، لكنه لاحظ فى نفس الوقت أن ليس لبيانو نظرية كاملة فى حساب العلاقات، ومن ثم عكف على وضع أسس منطقية لنظرية العلاقات يستخدم فيها مصطلح بيانو الرمزى ويستعين بأفكاره المنطقية فى حساب القضايا والأصناف فنشر بحثا أصيلا عن العلاقات المنطقية وصلتها بالرياضيات عام ١٩٠١، وقد جذب هذا البحث انتباه وايتهد مما حفزه إلى التفكير فى تعاون رسل معه فى عمل مشترك، فكان تأليف برنكبيا[٣].

١٠٣- منطق العلاقات عند بيرس وشرويدر

يعرف بيرس وشرويدر العلاقات على أنها "صنف لأزواج" a class of couples[٤]، أو "جمع أزواج من الأفراد" a sum of pairs of individuals[٥] ومن الواضح أن هذا التعريف يناسب العلاقة الثنائية، لكن يمكن ملاءمته ليتسق مع

---

[٢] نشر بيرس أبحاثه فى منطق الأصناف والعلاقات فى مجموعة مقالات (١٨٧٠ - ١٩٠٣)، كما نجـــده فى الجزء الثالث من أبحاثه المنشورة بعنوان:

The Collected Papers of C. S. Pirce, ed. By Harishorne and p. weiss, H arvard, 1931-35.

[٣] انظر الفقرة ٦٥ ب.

[4] Principles, p. 24.

[5] Logic and Knowledge, The Logic of Relations, p. 3.

العلاقة الثلاثية والرباعية وهكذا ومن الواضح أيضا تعريفهما للعلاقة كان عن طريق فكرة الصنف: افرض أن لدينا فردين هـ، وبينهما علاقة ع، وإننا أخذنا فردين آخرين لهما نفس العلاقة ع، فإننا نقول حينئذ أن ع تؤلف صنفا لعدة أزواج من الأفراد، بين كل زوج منها نفس العلاقة، كعلاقة الزواج والمساواة... إلخ. لقد قدم رسل بعض اعتراضات على هذا التعريف للعلاقات: (أ) تصبح العلاقات نوعا من الأصناف، ومن ثم يمكن رد قضايا العلاقات إلى قضايا أصناف، بينما يختلف النوعان من القضايا ويتميزان.

(ب) يتجه هذا التعريف بالعلاقات اتجاها ما صدقيا خالصا، بينما رأى رسل أن تعريف الصنف والعلاقة بالماصدق غير كاف، (حـ) لقد أصبح حساب العلاقات حسب التعريف الماصدقي بالغ التعقيد، لأن تناول أى علاقة يقتضى التعبير عنها بصيغ طويلة تتألف من أصناف متتابعة لأعضاء أصناف، ومن ثم لا تتضح دلالة تلك الصيغ فى لغة رمزية، (د) لم يستطع بيرس وشرويدر أن يميزا بين عضوية الفرد فى صنف واحتواء صنف فى صنف آخر مما يكشف عن أخطاء منطقية فى قضايا العلاقات (وهذا التمييز كشف عنه فريجة وبيانو)[٦].

١٠٤ – ما العلاقة؟

نلاحظ أن أصحاب البرنكبيا يعرفون العلاقة تعريفا بالماصدق والمفهوم معا. و"ينبغى تناول العلاقات كالأصناف – من ناحية الماصدق ونعنى أنه إذا كانت ع، ط علاقتين تقومان بين زوج واحد من الحدود، فإن العلاقتين ع، ط علاقة واحدة. ويمكن النظر إلى العلاقة – بما يخدم أغراضنا – على أنها صنف الأرواج، نعنى أن

---

[6] Principles, pp. 10, 24.

الزوج (هـ ، و) أحد أعضاء صنف الأزواج الذى يؤلف العلاقة ع، إذا كانت هـ على علاقة ع مع و. سوف لا تقدم هذه النظرة إلى العلاقات كأصناف أزواج - على أى حال - فى تناولنا الرمزى فإننا نذكرها فقط لكى تبين أن من الممكن فهم معنى أن ما يحدد العلاقة هو ما صدقاتها"(٧).

لكن يستدرك أصحاب البرنكيبيا فيقولون: (...... لهذا الزوج معنى - نعنى أن الزوج (هـ ، و) يختلف عن الزوج (و ، هـ) ما لم يكن هـ = و. وسوف نسميه.. زوجا مرتبا"(٨) ويتفق أصحاب البرنكيبيا مع بيرس وشرويدر فى تعريفهما للعلاقة تعريفا ما صدقيا، أي أنها صنف لأزواج من الأفراد، لكنهم يضيفون أنه يجب أن يكون للعلاقة أيضا تعريف بالمفهوم، أى أن يكون لها معنى sense: يجب أن يكون للعلاقة اتجاه معين، أو ما عبروا عنه بالزوج المرتب ordered pair؛ ومن ثم فعنصر الترتيب فى وضع أفراد العلاقة هو المقصود بالتعريف المفهومى للعلاقة(٩).

١٠٥- أهم تصورات العلاقات:

لن ندون هنا نظرية أصحاب البرنكيبيا فى حساب العلاقات، لأنه قصد بها أن تكون وسيلة لتحليل جديد للتصورات الرياضية الأساسية ثم ردها إلى تصورات منطقية بحتة - كما يتضح من قراءة الجزءين الثانى والثالث من كتابهم، ولا صلة مباشرة لذلك بتطور المنطق الرمزى. لكن رسل دون تحليلاً لأهم تلك التصورات للعلاقة خالياً من اللغة الرياضية فى آخر كتبه (تطورى الفلسفى)، نوجزه فيما يلى:

---

(7) Principia, I, p. 26.

(8) Ibid., p. 26.

(٩) P. D., pp. 87-8 وأيضا: Sdtebbing, op, cit., p. 112.

(١) صنف الحدود التى تكون على علاقة ع (R) مع حد آخر و (Y) مثل . والد و.

(٢) صنف الحدود التى يكون حد ما (هـ x) على علاقة ع معها، مثل أولاد هـ.

(٣) نطاق العلاقة domain of a relation وهو صنف كل الحدود التى تكون لها العلاقة ع مع شيء ما، مثل صنف (الناس الذين لهم أولاد).

(٤) النطاق العكسى لعلاقة ما converse domain of a relation، وهو صنف كل الحدود التى يكون شيء ما على علاقة ع معها، مثل: صنف (كل الناس الذين لهم آباء).

(٥) ميدان العلاقة field of a relation، وتتألف من نطاق العلاقة ونطاقها العكسى معا، مثل: كل إنسان يكون والدا وكل إنسان يكون ابنا.

(٦) عكس العلاقة converse of relation، ويقوم بين و ، هـ مثلما تقوم العلاقة ع بين هـ، و، مثل "......أ ب لـ..." عكس العلاقة "...ابن لـ...".

(٧) الضرب النسبى بين علاقتى ع، ط (R, S) ويقوم بين هـ، ى. (X, Z) حين يوجد أوسط و (Y) بحيث أن هـ على العلاقة ع مع و، وأن و على العلاقة ط مع ى؛ نقول عن (جد) أنها الضرب النسبى بين والد و وله؛ مثل آخر على الضرب النسبى هو "زوج الابنة". إذا رمزنا إلى "زوج" بالعلاقة ع، وإلى "ابنة" بالعلاقة ط، فإن العلاقة (ع/ط) (وهى رمز

الضرب النسبى) تقوم بين شخصين هـ، و إذا كان يوجد شخص ثالث ى بحيث أن هـ زوج وأن ى ابنة و.[10]

(٨) الجمع plurals، ويعرفه رسل بأنه إذا كان لدينا صنف ما مثل أ (a)، فإنه يمكن تكوين صنف كل الحدود التى لها العلاقة ع مع أحد أعضاء أ، مثل: آباء طلبة الجامعة[11].

١٠٦- أنواع العلاقات

حين تناول أصحاب البرنكيبيا، حساب العلاقات وقدموا تحليلا جديدا للعلاقات القائمة بين عناصر القضية الرياضية، واكتشفوا مناهج جديدة للاستنباط الرياضى، كانوا يستخدمون أنواعا مختلفة من العلاقات دون تعريفها، لكن رسل وضح هذه الأنواع للعلاقة فى كتب أخرى فى سياقات مختلفة، نوجزها فيما يلى: لقد صنف رسل العلاقات على أسس مختلفة: (١) علاقات تماثلية، علاقات لا تماثلية، علاقات بين بين؛ (٢) علاقات متعدية، علاقات لازمة، علاقات بين بين، (٣) علاقات ثنائية، علاقات ثلاثية، علاقات رباعية؛ (٤) علاقة واحد بواحد، علاقة واحد بكثير، علاقات ثلاثية، علاقة كثير بواحد، علاقة كثير بكثير. ونوضح كل نوع على النحو التالى:

(١) أ- العلاقة التماثلية symmetrical relation وتقوم بين حدين هـ، وبحيث يمكن أن تقوم هى ذاتها بين و ، هـ؛ أمثلة المساواة، اللامساواة المشابهة،

---

[10] المثل الأخير مأخوذ من: Tarski, Introduction to Logic, p, 93.

[11] I. M. P., pp. 16-32 وأيضا P. D. pp. 88-9

الاختلاف، أخ، أخت، ابن عم؛ إذا كان هـ أخ و، فإن و أخ هـ، وإذا كان هـ = و فإن و= هـ.

(١) ب- العلاقة اللاتماثلية asymmetrical relation وتقوم بين هـ ، و بحيث لا يمكن قيامها هي ذاتها بين و، هـ؛ أمثلة: فوق ، تحت، يمين، يسار، قبل ، بعد. أكبر، أصغر، أسبق زمنا، أب، جد؛ فإذا كان "هـ" أب "و" فلا نستطيع القول أن "و" أب "هـ".

(١) حـ- العلاقة بين بين[١٢] non- Symmetrical relation، وهي علاقة قد تكون تماثلية وقد لا تكون، مثل (أخ) فإذا كان هـ أخ و، فقد لا يكون و أخ هـ، لأنه قد يحدث أن و أخت هـ ؛ ومن الأمثلة أيضا: يتضمن، صديق لـ ، يحب، يكره، أخت لـ.

(٢) أ- العلاقة المتعدية transitive relation ، وهي التي إذا كانت تقوم بين "هـ" ، و كما تقوم ذاتها بين "و" ، "ى" فإنها تقوم بين "هـ" ، "ى"؛ أمثلة: قبل ، بعد ، أكبر من، أصغر من، فوق، تحت، يسبق، يعاصر. نلاحظ أن هذه العلاقات متعدية ولا تماثلية، لكن توجد علاقات متعدية وتماثلية مثل المساواة والمشابهة.

(٢) ب- العلاقة اللازمة intransitive relation، وتقوم بين "هـ" ، "و" وكما تقوم بين "و"، "ى"، لكن لا تقوم بين "هـ"، "ى" ؛ أمثلة : أ ب لـ ، متناقض لـ ؛ فإذا كان "هـ" أب "و"، "و" أب "ى" فلا يعني ذلك أن "هـ" أ ب "ى" .

---

[١٢] لم نستطع ترجمة كلمتى non- transitive, non- symmetrical ترجمة عربية دقيقة تفى بمقصود رسل، نلاحظ أيضا بعض كتب المنطق تعطى لهاتين العلاقتين معنى مختلفا عمـــا رآه رســـل: العلاقة الأولى هى ما لا تكون تماثلية ولا تماثلية؛ والعلاقة الثانية هى ما لا تكون متعديـــة ولا لازمـــة؛ انظر:

I. M. Copi, Symbolic Logic, p. 142.

(٢) حـ- العلاقة بين بين non- transitive relation، وهى ما قد تكون متعدية وقد لا تكون مثل: أخ، صديق لـ، مختلف، أخ الأخ ليس أخا وإنما هو نفس الشخص.

يلاحظ رسل أن التصنيف السابق ذكره يؤكد التمييز الأساسى بين القضية الحملية وقضية العلاقة، نعم هنالك وجاهة فى القول برد قضية العلاقة التى تحوى علاقة تماثلية أو تماثلية متعدية إلى قضية حملية، فإذا قلنا أن أ = ب، ب = أ، أو أن أ= ب، ب= حـ، إذن أ = حـ فإننا نحمل خاصة على أ وهى مساواة ب بها، ويمكننا أيضا رد قضية العلاقة التى تنطوى على علاقة تماثلية غير متعدية إلى قضية حملية، لأنه يمكننا حمل خاصة عدم المساواة مثلا على حد معين. لكن من المستحيل أن نرد قضية علاقة لا تماثلية إلى قضية حملية: حين نقول أن "أ" أكبر من "ب" فإنى أحكم أن "أ" و "ب" لهما مقداران مختلفان؛ إننا نستطيع حمل خاصة عدم مساواة "ب" بالقياس إلى "أ"، لكن لكى نحدد مقدار عدم التساوى، أى لنـى نحدد أن أحدهما أكبر أو أصغر من الأخر فلن نستطيع استبعاد استخدام (أكبر) أو (أصغر)، ومن ثم نجد لدينا حدين بينهما علاقة، بلا إسناد خاصة إلى حد واحد[١٣].

(٣) قد تربط العلاقة بين حدين، وتسمى حينئذ علاقة ثنائية dual or dyadic relation والعلاقات السابق ذكرها ثنائية؛ وقد تربط العلاقة بثلاثة حدود، وتسمى علاقة ثلاثية triple of triadic relation، مثال: بين، يعطى، مدين لـ ، مثلما نقول إن أ يقع بين ب و حـ؛ وقد تربط أربعة حدود، وتسمى حينئذ علاقة رباعية

(13) Russell, Our Knowledge of The External World, pp. 56-9.

مثال: أتمنى أن تقنع مصطفى بزواج ثريا (هنا quadruple of triadic relation أربعة حدود : أنا، أنت، مصطفى، ثريا)[١٤].

(٤) أ- علاقة واحد واحد one – one reldion، وتقوم بين حد واحد على الأكثر وحد آخر على الأكثر. افرض أننا نعيش في مجتمع يسوده زواج الرجل بزوجة واحدة فقط، وزواج المرأة برجل واحد فقط، فإن كل عضو من صنف الأزواج يقابله عضو واحد في صنف الزوجات، وتكون العلاقة بين كل زوجين علاقة واحد بواحد؛ وقد كان لهذه العلاقة شأن كبير في تعريف فريجة ورسل من بعده تعريفا منطقيا للعدد، عن طريق تشابه الأصناف، ومعنى التشابه هنا هو علاقة واحد بواحد، أي أن كل عضو من صنف ما يقابله عضو آخر من صنف آخر بلا زيادة أو نقصان.

(٤) ب- علاقة واحد بكثير one- many relation، وتقوم بين حد واحد على الأكثر وحد آخر مثل والد، ضعف، جذر تربيعي، ملك، رئيس جمهورية، ونلاحظ أنه ينشأ عن تلك العلاقة (الدالات الوصفية) في الرياضيات.

(٤) حـ- علاقة كثير بواحد many-one relation، وتقوم بين أكثر من حد في طرف، وحد واحد على الأكثر في طرف آخر، مثال: ابن، مربع العدد السالب.

(٤) د- علاقة كثير بكثير many-many relation، وتقوم بين عدة حدود في طرف، وعدة حدود في طرف، مثل رعايا الملوك.[١٥]

---

(14) Ibid., pp. 59-60.

(١٥) Stebbing, op[. Cit., pp. 166-74; P. D. pp. 89-90; I. M. P. pp. 15-16, 44، وأيضا زكي نجيب محمود: المنطق الوضعي، جـ١، الطبعة الرابعة، القاهرة، ١٩٦٥، ص ١٤٩- ١٧٦؛ وأيضا محمد عبد الرحمن بدوي: المنطق الصوري والحديث، الطبعة الثانية، القاهرة، ١٩٦٣، ص ١٨٣-٢٩٢.

١٠٧- نظرة عامة على جهود رسل وأصحاب البرنكبيا فى المنطق

هنالك طرق مختلفة لتقويم التطور الذى دفع به أصحاب البرنكبيا المنطق الرمزى أكثر مما فعل السابقون، سنختار هنا الطريق الآتى فى الحكم على تطويرهم للمنطق، ونوجزه فى العناصر التالية: (أ) نقط أصيلة لم ترد عند السابقين. (ب) تطوير نظريات المنطق الرمزى. (حـ) رفض التسليم بعالم موضوعى مستقل عنا تقوم فيه التصورات المنطقية والرياضية. (د) توضيح نقط سبق أن قالها السابقون

(أ) نقط أصيلة: (١) تمييز أصحاب البرنكبيا لما سموه (القضية الذرية) والتوسع فى تحليلها. (٢) تصدى رسل لتعريف القضية المنطقية أو ما سماها (القضية العامة عمومية تامة)، وإن وجد فى ذلك صعوبة كبرى. (٣) ميز رسل تمييزا منطقيا حاسما بين اسم العلم والعبارة الوصفية المحددة حتى لو كانت هذه العبارة تشير إلى مسمى ذلك الاسم، مثل هومر، مؤلف الإلياذة إلخ. (٤) ميز رسل بين نوعين من قضايا الهوية: قضية الهوية بالمعنى الدقيق مثل نابليون هو بونابرت، أو سكوت هو وولتر سكوت والقضية الوصفية المحددة مثل هومر مؤلف الإلياذة أو طه حسين مؤلف الأيام. (٥) قدم أصحاب البرنكبيا برهانا بالمعنى الدقيق على كثير من قضايا اعتبرها أرسطو والمناطقة التقليديون مبادىء أولى واضحة بذاتها، مثل قانون عدم التناقض والثالث المرفوع والضرب الأول من الشكل الأول للقياس التقليدى.

(ب)تطوير نظريات المنطق الرمزى: (١) ميز أصحاب البرنكبيا بين نظريات المنطق الرمزى الأربعة – حساب القضايا وحساب الدالات وحساب الأصناف وحساب العلاقات، وتناول كل منها على حدة، ما لم يكن من قبل واضحا. (٢) وضع أصحاب البرنكبيا كل نظرية من هذه فى نسق استنباطى وذلك بالكشف الصريح عن قائمة لا

معرفاتها ومصادراتها ثم البرهان على قضايا مشتقة واستنباط القضايا التحليلية، على نحو لم نعهده من قبل؛ كما أقاموا ذلك البرهان الاستنباطى بالغا فى أحكامه على نموذج البرهان الهندسى. (٣) أقام أصحاب البرنكبيا نظريات المنطق الرمزى الأربعة بلغة رمزية منطقية خالصة، وتخليصها - خاصة نظريتى الأصناف والعلاقات - من أى رموز جبرية وأى تصورات رياضية.

(حـ) التحول عن الواقعية المنطقية: كان رسل يعتقد بأن حقائق الرياضيات والمنطق - بل ومدلولات الألفاظ التى ليس لها وجود محسوس - تقوم فى عالم آخر مستقل عنا، متفقا فى ذلك مع فريجة ومينونج وآخرين؛ وظل كذلك حتى كتب مبادىء الرياضيات (١٩٠٣)؛ لكنه رفض هذا الاعتقاد حين وصل إلى نظريته الوصفية (١٩٠٥) واستطاع حينئذ أن يربط الوجود لا بالوجود المحسوس أو المعقول، وإنما بدالة القضية الصادقة أحيانا، كما ربط اللا وجود بالدالة الكاذبة دائما ووصل رسل بنظريته الوصفية أيضا إلى أن العبارات الوصفية المحددة - سواء منها ما يشير إلى شيء محسوس أو لا يقابلها شيء فى الواقع - ليست إلا (رموزا ناقصة)، أى لا يمكن فهمها ولا تعريفها إلا فى سياق قضية أو دالة قضية نحكم عليها بالصدق دائما أو الصدق أحيانا أو الكذب دائما وحين وصل رسل إلى هاتين النقطتين، رأى أن عبارة (الجبل الذهبى فى القضية (الجبل الذهبى غير موجود) لا تشير إلى وجود واقعى فى عالم منطقى مستقل عنا وإنما تعنى فقط أن الدالة (س جبل و س ذهبى) كاذبة دائما فى كل قيم س؛ وبالمثل فإن القضية (الملك الحاضر لفرنسا أصلع) تعنى أنه (يوجد فرد واحد على الأقل س ممن أن يحكم الآن فرنسا وأن س أصلع)، ولكن حين لا نجد قيمة مناسبة للمتغير، نقول أن الدالة كاذبة دائما ووصل رسل من

نظريته أخيرا إلى أن الأعداد والأصناف والعلاقات – كالأوصاف المحددة - رموزا ناقصة، ومن ثم ليس لها وجود فى أى عالم.

(د) نقط زيد توضيحها وتحليلها أكثر مما فعل السابقون: (١) لم يتضح تعريف القضية بأنها الحكم الذى يحتمل الصدق والكذب أو أنها ما تقرر شيئا أو تنفيه، حتى جاء رسل وربط بين القضايا والوقائع وأن القضية تكون صادقة إذا عبرت عن واقعة، وكاذبة إذا لم تعبر، كما قدم رسل تحليلا وتصنيفا للوقائع. (يبدو أن رسل استوحى فكرة الواقعة وصلتها بالقضية من تلميذه فتجنشتين). (٢) زاد رسل موقف أرسطو وفريجة توضيحا فى التمييز المنطقى الحاسم بين اسم العلم والمحمول. (٣) دعم رسل موقف أرسطو فى أن الحمل علاقة منطقية أساسية وأن القضية الحملية صورة منطقية أساسية من صور القضية لا غنى عنها. لكنه اختلف عن أرسطو فى قول الأول أن القضية الحملية صورة واحدة من صورة عديدة للقضايا، ولا يمكن رد هذه الصور إلى الحملية. (٤) زاد رسل مواقف أرسطو وبيرس وبيانو وفريجه فى أن القضية الشخصية هى القضية الحملية بالمعنى الدقيق، واتفق مع الثانى وللثالث والرابع فى اختلافهم عن أرسطو فى القول بأن القضية الكلية ليست حملية على الإطلاق وإنما شرطية متصلة. (٥) زاد أصحاب البرنكبيا توضيحا وتحليلا لما قاله السابقون فى الثوابت والمتغيرات والقضايا المركبة ودالات الصدق وقيم الصدق ودالات القضايا. (٦) زاد أصحاب البرنكبيا توضيحا اتخاذ نظرية حساب القضايا أساسا لنظريات حساب المحمول وحساب الأصناف وحساب العلاقات.

الفصل التاسع عشر

نتائج البحث

بعد القيام برحلة طويلة، يحسن تقديم تقرير عنها، وإبراز أهم حوادثها. وسنضع في هذا الفصل أهم النقط التي تؤلف سمات المنطق الرمزي ونظرياته، مشيرين إلى أصحاب الفضل الأول في كل نقطة، ونتبعه برقم الفقرة التي تناولها هذا الكتاب ببعض تفصيل.

١٠٨- المصطلح الرمزي

المصطلح الرمزي notation هو كتابة علم المنطق بلغة رمزية خالصة، قوامها حروف الهجاء رموزا للمتغيرات، ورسوما معينة أخرى رموزا للثوابت المنطقية، بحيث تكتب في صورة رمزية غير لغوية كل القضايا والقوانين المنطقية وكل الخطوات الاستدلالية في أي برهان.

(١) رموز المتغيرات:

أ- الرمز إلى متغيرات الحدود في القضية بحروف الهجاء (أرسطو: ٦ ب).

ب- استبدال رموز متغيرات الأصناف برموز متغيرات الحدود في القضية، على نحو مضطرب، بسبب الخلط بين النظرة إلى الصنف من جهة المفهوم والنظرة إليه من جهة الماصدق (ليبنتز :١٨)؛ هذا الاستبدال، بنظرة ما صدقية واضحة إلى الصنف (بول : ٢٩أ).

حـ- الرمز إلى المتغيرات الفردية (أعضاء وأطراف العلاقة) بحروف الهجاء، على نحو مضطرب، بسبب الخلط بين رمز الصنف ورمز العضو فيه (بيرس: ٣٩أ) ؛ الرموز السابقة بتمييز واضح بين الصنف والعضو فيه (فريجة: ٥٨ب، بيانو: ٤٦)؛ زادها أصحاب البرنكبيا توضيحا وتطويرا (٩٩، ١٠٤- ١٠٥).

د- الرمز إلى الدالات - وهي البديلة بالمحمول في المنطق التقليدي - والرموز إلى الحجج - وهي البديلة بالموضوعات في المنطق التقليدي بحروف هجاء معينة (فريجة: ٥٩ب، بيانو: ٤٦٧).

هـ- الرمز إلى متغير القضية ككل، دون تمييز بين حدودها (أرسطو نادرا: ٦ حـ ، الرواقيون باستخدام (الأعداد الترتيبية) لا حروف الهجاء:(١٤أ) استخدام تلك الرموز بحروف الهجاء، ولكن بغير دقة في الدالات (بيرس: ٤٠)؛ استخدام تلك الرموز بحروف هجاء بدقة ووضوح (فريجة: ٥٨ بيانو : ٤٦).

(٢) رموز الثوابت:

أ- معرفة عدد قليل من الثوابت (السلب والربط والتضمن)، دون استخدام كلمة (ثوابت)، وبلا دراسة عميقة لقواعد استخدامها، ودون وضعها في رموز (أرسطو: ٦ب، ٧).

ب- دراسة عميقة لقواعد استخدام أحد الثوابت المنطقية (التضمن)، دون استخدام (ثوابت) ودون رموز (فيلون الميغاري: ١٣).

حـ- معرفة عدد أكبر من الثوابت المنطقية (إما ..... أو .....، حيث أن ...؛ لأن ....، ليس .....و.......معا، إلخ) واستخدام كلمة (روابط) ووضع قواعد استخدامها بدقة، دون رموز (الرواقيون : ١٤ب).

د- استخدام رموز بعض الثوابت الرياضية - علامات الجمع والضرب والمساواة - تدل على ثوابت منطقية كالفصل والربط والهوية، لكن الدلالات مضطربة: صلة غير واضحة بين الجمع المادى والجمع بين أصناف، بين الضرب العددى والضرب بين أصناف (ليبنتز: ٢٠، ٢١حـ) ؛ استخدام رموز الثوابت الرياضية السابقة، مضافا إليها علامات الطرح والقسمة والصفر والواحد الصحيح، والدلالات تماما (بول: ٢٨).

هـ- مصطلح رمزى أكثر ثراء، ودلالاته أكثر وضوحا، وإدخال رموز جديدة لثوابت جديدة (السور الكلى والسور الوجودى) لكن يظل المصطلح محتفظا بالثوابت الرياضية إلى حد كبير (بيرس: ٣٩ب، ٤٢ب).

و- دراسة أكثر عمقا للثوابت المنطقية (السلب والربط والفصل والتضمن)، وإضافة ثوابت جديدة (عضوية الفرد فى صنف) وتخليصها من أى أثر للتصورات الرياضية ورموزها (فريجة: ٥٨ب، بيانو: ٤٦)؛وإلى بيانو يرجع استخدام عبارة (الثوابت المنطقية).

ز- تطوير البحث فى الثوابت، وإضافة ثوابت منطقية جديدة (مثل التكافؤ)، وإضافة رموز جديدة فى حساب الأصناف وحساب العلاقات (أصحاب البرنكبيا: ٩٩).

١٠٩- النسق الاستنباطى (الأكسيوماتيك)

النسق الاستنباطى هو أن يحوى العلم - ذو الطبيعة الصورية - مجموعة محددة من القضايا الأولية (المصادرات) توضع صريحة واضحة منذ البدء، نسلم بصدقها دون برهان، وتستنبط منها قضايا أخرى هى نظريات ذلك العلم.

(١) عناصر النسق الاستنباطى فى الرياضيات:

أ- وضع قائمة معينة من التعريفات والمبادىء والمصادرات، تشتق منها النظريات، باستنباط منطقى محكم (أرسطو: ٨ب، إقليدس الهندسي: ٤ حـ).

ب- إدخال عنصر اللا معرفات فى النسق، وإذابة التمييز بين المبدأ والمصادرة فى الهندسة (باش: ٤٣د؛ وفى علم الحساب (بيانو وفريجه: ٤٤حـ، ٤٥، وديدكند وكانتور أيضا).

(٢) عناصر النسق الاستنباطى فى المنطق:

أ- أدرك أرسطو عناصر النسق الاستنباطى للعلوم الصورية، لكنه لم يجعل منطقه نسقا استنباطيا، وبالرغم من ذلك ففى منطقه مقومات النسق ومن ثم جرت محاولات عدة لكتابة المنطق الأرسطى فى نسق استنباطى (لوكاشيفتش ٨،٩).

ب- محاولتان جادتان، لكنهما أوليتان، تقيم المحاولة الأولى المنطق نسقا استنباطيا، لكن على نموذج الهندسة الإقليدية، فتضع تعريفات للثوابت المنطقية، وقضايا أولية صريحة منذ البدء، منها تشتق نظريات منطقية (الرواقيون: ١٥)؛ تقوم المحاولة الثانية على نموذج الهندسة الإقليدية أيضا، لكنها تصوغ المنطق صياغة جبرية، ومن ثم لم تتخلص التصورات المنطقية بعد من التصورات الرياضية (ليبنتز: ١٩-٢٠).

حـ- محاولتان جادتان ناضجتان تقيمان المنطق نسقا استنباطيا، تضعان منذ البدء فى صراحة قائمة باللا معرفات والتعريفات والقضايا الأولية (أو المصادرات) ومنها تشتق نظريات المنطق (فريجة: ٥٩، بيانو ٤٧).

د- محاولة أكثر نضجا وتطويرا: فقد جعلت للنظريات الأربعة فى المنطق الرمزى (حساب القضايا وحساب المحمول وحساب الأصناف وحساب العلاقات) نسقا واحدا هو نسق حساب القضايا ذاته: كما وضعت لأول مرة الشروط الواجب توافرها فى مصادرات أى نسق استنباطى، كما زيد فى عدد القوانين المنطقية (أصحاب البرنكبيا: ٧٨-٨١، ٩٩- ١٠١).

١١٠- القضية:

(١) تعريفها:

ما تحتمل الصدق أو الكذب، دون تحليل عميق (أرسطو)؛ تحليل عميق، وذلك يربط الصدق والكذب فى القضية بالوقائع (رسل: ٦٧).

(٢) عناصرها:

التمييز المضطرب بين اسم العلم والمحمول (أرسطو: ٦أ ، ٤٧حـ، ٤٧د؛ بيرس ؛ ٣٩أ ، ٤٢)؛ التمييز الحاسم بين اسم العلم والمحمول، ومن ثم بين عضوية الفرد فى صنف واحتواء صنف فى آخر (فريجة: ٥١، بيانو: ٤٧ب، ٤٧حـ)؛ تعميق التمييز (رسل وفتجنشتين: ٦٩)؛ السور عنصر مضاف إلى الموضوع والمحمول فى القضية الحملية، وعدم الاهتمام بتحليل السور (أرسطو: ١٠) ؛ بداية تحليل الأسوار (بيرس) السور جزء من المحمول فى القضية الحملية، وتحليل عميق للأسوار، بما يضع الأساس لانطلاق نظرية حساب المحمول (فريجة: ٥٦، ٥٨) ؛ طور أصحاب البرنكبيا تحليل الأسوار ونظرية حساب المحمول (٨٤- ٨٦).

(٣) أنواعها:[1]

أ- القضايا الحملية: صياغة التصنيف الرباعي التقليدى للقضية الحملية صياغة صنفية جبرية متعثرة (ليبنتز: ١٨ حـ)،؛ صياغة صنفية جبرية واضحة دقيقة (بول: ٢٩أ)؛ إحالة التصنيف الرباعي التقليدى إلى تصنيف ثمانى للقضية الحملية، بما يتسق ونظرية كم المحمول، فى لغة صنفية وصياغة جبرية (دى مورجان: ٢٢ حـ)؛ التصنيف الرباعى التقليدى فاسد (فريجة: ٥٠د، ٥٠هـ)؛ الحمل علاقة منطقية أساسية، لكنه ليس العلاقة الوحيدة، ولا يمنع ذلك من استبدال لغة الدالة والحجة بلغة الحمل (رسل: ٦٩)ح التمييز المضطرب بين القضية الشخصية والقضية الكلية (أرسطو: ٤٧ حـ، بيرس : ٣٩أ، ٤٢)؛ التمييز الحاسم الدقيق بينهما، وبيان أن الشخصية فقط هى القضية الحملية (فريجة: ٥١ ب، بيانو: ٤٧ب، ٤٧د).

ب- القضايا الوجودية: تمييزها من القضايا الحملية باضطراب (أرسطو: ٨٨ هامش)؛ تمييزها من الحملية، إذ ليس بها موضوع، وتحليل دقيق (فريجة: ٥٤)؛ ربط التحليل السابق للقضية الوجودية بدالة القضية، والتوسع فى التحليل (رسل: ٨٨-٨٩).

حـ- قضايا الهوية: تمييزها من القضايا الحملية، إذ ليس بها محمول (فريجة: ٥٢)؛ التمييز فى قضايا الهوية بين صورتين، ما تحوى إسمى علم، وما تحوى اسم علم وعبارة وصفية محددة (رسل: ٩٣د).

---

[1] لن تجد فى هذه الفقرة تصنيفا شاملا للقضايا، وإنما تمييز فقط لعدة صور من القضايا موضوع اهتمام المناطقة. أنواع القضايا - كصور الكلام وعدد المقولات وحصرها حصرا شاملا عمل شبه مستحيل.

د- القضايا الشرطية: استخدام القضية المتصلة دون دراسة دقيقة لقواعد صياغتها، واستخدام القياس الشرطى المتصل دون دراسة دقيقة لقواعد إنتاجه (زينون الإيلى: ١٢ب ، أرسطو: ٦ب)، دراسة دقيقة للقضية الشرطية المتصلة، ولأحد نوعي القياس الشرطى المتصل (فيلون الميغارى: ١٣)؛ دراسة أدق لنوعى القياس الشرطى المتصل، وأول صياغة للقياس الشرطى المنفصل وقواعد إنتاجه (الرواقيون: ١٤، ١٥أ) القضية الكلية فى المنطق التقليدى ليست حملية وإنما شرطية متصلة (بيرس: ٣٧)، التصنيف الرباعى للقضية الحملية ليست أبسط صور القضايا وإنما يمكن رده إلى لغة دالة القضية (رسل: ٨٧أ، ٨٧ب).

هـ- قضايا العلاقات: صورة متميزة من القضايا الحملية: انظر فيما بعد حساب العلاقات (٢)، إعطاء صورتى القضية الشخصية والقضية العلاقية. لقب (القضية الذرية) (أصحاب البرنكبيا: ٦٨).

ز- القضايا المنطقية، وتعبر عن الحقائق المنطقية. أول من تصدى للبحث فى طبيعتها هو رسل، وطور البحث فيها فتجنشتين، ومن بعدهما أصحاب نظرية المواضعة المنطقية (٧٣-٧٤).

١١١- حساب القضايا

أهم عناصر النظرية:

(١) الرمز بحرف معين من حروف الهجاء للقضية ككل دون تمييز بين حدودها (انظر المصطلح الرمزى: رموز المتغيرات: هـ).

(٢) الثوابت المنطقية ورموزها: لقد قدم فريجة وبيانو أول تحليل شامل دقيق للثوابت المنطقية، ووضع قواعد استخدامها، وتخليصها من أى أثر للتصورات

والرموز الرياضية وزاد أصحاب البرنكبيا ثوابت أخرى وطور المصطلح الرمزى (لتطور البحث من الثوابت، انظر: المصطلح الرمزى: رموز الثوابت).

(٣) القضية المركبة: وهى القضية المؤلفة من قضيتين بسيطتين يربطهما أحد الثوابت المنطقية.

استخدام زينون الإيلى أحد أنواع القضية المركبة (القضية الشرطية المتصلة أى ما تحوى ثابت التضمن)، كما استخدم أحد نوعى القياس الشرطى المتصل (حالة الرفع) دون دراسة لقواعد استخدام قضية التضمن وقواعد إنتاج ذلك القياس (١٢أ)؛ استخدم أرسطو نوعين آخرين القضية المركبة (ما تحوى أداة السلب وثابت الربط): عرف قواعد السلب، لكنه لم يدرس قواعد استخدام القضايا التى تحوى الربط (٦ب ، ٧)؛ فيلون يدرس قواعد استخدام القضايا التى تحوى الربط (٦ب ، ٧)؛ فيلون الميغارى أول من درس أحد أنواع القضية المركبة (قضية التضمن) ووضع قواعد صدقها، وقواعد إنتاج أحد نوعى القياس الشرطى المتصل _حالة الوضع) (١٣)؛ الرواقيون أول من بحث قواعد صدق أنواع عديدة للقضية المركبة (الربط والفصل والتضمن)؛ وصل الرواقيون الأوائل – فيما يختص بتعريف ثابت الفصل – إلى القضية المركبة التى تحويه تصدق إذا صدقت القضيتان البسيطتان، بينما رأى الرواقيون المتأخرون أن تلك القضية تصدق إذا صدقت إحدى هاتين القضيتين البسيطتين على الأقل (١٤ب)؛ جيفونز أقر القاعدة الثانية وأبان خطأ القاعدة الأولى، وتبعه كل المناطقة من بعده (٣٥) وأدرك بيرس العلاقة بين الاحتواء بين صنفين والتضمن بين قضيتين ووضع رمزا محددا لثابت التضمن، وذلك أول عهدنا بكتابة رمزية لأحد الثوابت، لكنه لم يدرس الأنواع العديدة للقضية المركبة (٣٩ب ، ٤٠)؛ فريجة – ومن بعده بيانو – أول من أدرك العلاقة بين الجمع المنطقى لصنفين

والفصل بين قضيتين، وبين الضرب المنطقى لصنفين والربط فى القضايا، ووضع قواعد صدق عدد كبير من القضايا المركبة فى صور رمزية خالصة (٩٥،٤٦، ٤٧هـ، ٤٧و).

(٤) دالة الصدق وقيمة الصدق: دالة الصدق هى الصيغة الرمزية للقضية المركبة؛ قيمة صدق الدالة هى الحكم بالصدق أو بالكذب على دالة صدق. إذا عرفنا قاعدة استخدام الثابت الموجود، وعرفنا صدق أو كذب القضايا البسيطة التى تؤلف تلك الدالة (بعد التعويض عن الدالة بقضية مركبة). تصور دالة الصدق وقيمة الصدق مألوفان منذ فيلون والرواقيين، لكن إلى فريجة يرجع استخدام التعبيرين وتحديد معناهما والتوسع فى مجالهما (٥٥بن ٥٥حـ)؛ زاد أصحاب البرنكبيا هذين التصورين توضيحا (٧٠-٧١).

(٥) نسق حساب القضايا: الهدف من موضوع حساب القضايا هو الوصول إلى صيغ صادقة دائما هى نظريات Theorems ذلك الحساب، باستنباطها من طائفة اللا معرفات والتعريفات والمصادرات، حيث نضعها صريحة واضحة منذ البدء، اللامعرفات والتعريفات بالثوابت المنطقية، والمصادرات صيغ صادقة دائما تقوم علاقات منطقية بين متغيراتها وثوابتها.

فريجة هو المؤسس الحقيقى لنظرية حساب القضايا، وواضع نسق استنباطى لها، وأول من أدرك السبق المنطقى لهذه النظرية على النظريات الثلاثة الأخرى للمنطق الرمزى، لكن نسقه الاستنباطى كان يضم قضايا أولية بمصطلح رمزى لحساب المحمول والأصناف لكى ينطبق على هاتين النظريتين (٥٧، ٥٩) ؛ أصبح نسق حساب القضايا وحده أساسا للنظريات الثلاثة الأخرى دون إضافة أى قضايا أولية جديدة (أصحاب البرنكبيا: ٧٨- ٨٩)؛ حين رأى بيرس إمكان النظر إلى العلاقات

بين الأصناف على أنها علاقات بين القضايا، أدرك بعض القضايا الأساسية لحساب القضايا، لكن تصور حساب القضايا كنظرية أساسية مستقلة عن حساب الأصناف لم يكن مألوفا له (٣٩ ب).

(٦) قوانين حساب القضايا: وهي صيغ صادقة دائما، مستنبطة من نسق اللا معرفات والمصادرات، مع الاستعانة بقواعد الاستدلال.

فريجة أول من صاغ بعض هذه القوانين، لكن أصحاب البرنكبيا هم الذين تحملوا عبء صياغة رهط هائل منها، ويحتذى الاستنباط فيها نموذج البرهان الهندسي المحكم (٨٠-٨١).

(٧) قوائم الصدق: نموذج للبرهان على قوانين حساب القضايا وصيغه التحليلية، يختلف عن البرهان الهندسي، وإنما يجعل في صورة جداول أو قوائم (فتجنشتين، بوست ، لوكاشيفتش: ٨٢)؛ وإلى هؤلاء يرجع الفضل في اصطناع فكرة (الثابت المنطقي الرئيس)، والتمييز بين القضايا الصادقة دائما (الضرورية) والقضايا الكاذبة دائما (المتناقضة٩، والقضايا الحادثة contingent؛ القضية الصادقة هي التي تضم قيما صادقة تحت كل حالات الثابت الرئيسي، ومثل لهذه القضية (ق ⊃ ل) ≡ (-ل ⊃ -ق). القضية الكاذبة دائما هي التي تضم قيما كاذبة تحت كل حالات الثابت الرئيسي، ومثل عليها: (ق ⊃ ل) . (ق. -ل). القضية الحادثة تضم قيما صادقة وأخرى كاذبة تحت الثابت الرئيسي، أي صادقة في بعض الحالات فقط، ومثل عليها (ق ⊃ ل) ⊃ (ل ٧ م).

١١٢- حساب المحمول (حساب دالات القضايا)

أهم عناصر النظرية:

(١) نظرية حساب القضايا أساس لنظرية حساب المحمول، من حيث استخدام ثوابتها المنطقية، ودالات الصدق وقيم الصدق، وجزء من مصطلحها الرمزى، وكثير من صيغها التحليلية (أدرك فريجة تلك الصلة، لكن أصحاب البرنكبيا زادوها وضوحا وتدعيما).

(٢) الدالة: استخدام تعبير (دالة) أولا فى علم الهندسة بمعنى المنحنى الهندسى (ليبنتز: ٤٤ب)؛ إدراك الرياضيين أهمية الدالة لإقامة علم الحساب نسقا استنباطيا (بيانو: ٤٤ حـ ٤٥ حـ، فريجة: ٥٥ د)؛ وضع تعريف دقيق للدالة ثم تطبيقها فى علم المنطق (فريجة : ٥٥)؛ ربط معانى الدالة والحجة بمعانى المحمول والموضوع فريجة: ٥٦)؛ من تصور الدالة وحجتها إلى تصور دالة القضية، وإعطاء الثانية تعريفها المحدد، وبيان خصائصها، ومجال قيمها، واستخدامها لغة جديدة لصياغة صور من القضايا أكثر مما ذهب إليه فريجة (رسل وأصحاب البرنكبيا: (٨٤، ٨٥، ٨٧)[٢].

(٣) الأسوار Quantifiers وهى كلمات تدل على الكم والكيف فى القضية (كل، بعض، لا). تحليل ينطوى على خطأ أساس هو أن (كل)تتضمن تقرير وجود واقعى محسوس لموضوع القضية (أرسطو والمنطق التقليدى : ٩) التمييز بين السور

---

[٢] حين نذكر (رسل وأصحاب البرنكبيا)، نعنى أن رسل زاد فى النقطة المشار إليها فى كتبه الخاصة أكثر مما ذهب كتاب البرنكيا.

الكلي والسور الوجودي واستخدامهما في حساب العلامات فقط (بيرس)؛ التوسع في استخدام الأسوار وتحديد دقيق لمعناها (فريجة: ٥٣، بيانو ٤٦).

(٤) القضية الكلية لا تقرر وجودا واقعيا محسوسا لأفراد موضوعها، بينما القضية الجزئية تقرر ذلك الوجود (أدركه ليبنتز ثم تراجع عنه: ٢١ أ)، أدركه بول لكنه لم يلق عليه ضوءا يتناسب وأهميته: ٢٨ب، أبرز أهميته شرويدر وفريجة: (٤٢ب، ٥٣).

(٥) التمييز بين اسم العلم والمحمول، وصلة ذلك بالحجة والدالة (انظر: القضايا: عناصرها).

(٦) المصطلح الرمزي: رموز للدالات والحجج بحروف معينة من أحرف الهجاء، والرمز إلى الأسوار برسوم معينة أخرى (فريجة وبيانو، وطوره أصحاب البرنكبيا).

(٧) التصنيف الرباعي التقليدي للقضية الحملية بلغة حساب المحمول: قام بيرس وبيانو وفريجة بصياغة واضحة للقضية الكلية الموجبة، بحيث تصبح قضية شرطية متصلة لا حملية، وترك صياغة الصور الثلاثة الأخرى في وضوح(٨٧).

(٨) القضية الوجودية (انظر القضايا: أنواعها ب).

(٩) التمييز بين القضية الوجودية الموجبة positively existential prop والقضية الوجودية السالبة negatively existential، وهو تمييز متطور عن المعنى للقضية الوجودية. القضايا الوجودية الموجبة ما تقرر وجودا واقعيا لأفراد موضوعاتها، وتحوي السور الوجود الجزئي(حـ): ($\exists$ x) ويندرج تحت هذا النوع القضية الجزئية الموجبة (حـ م) والجزئية السالبة (حـ س) في المنطق التقليدي، أما

القضايا الوجودية السالبة فإنها لا تنطوى على تقرير وجود واقعى لأفراد موضوعاتها، وتحوى السور الكلى (ك): (x)، ويندرج تحت هذا النوع القضية الكلية الموجبة (ك م) والكلية السالبة (ك س) فى المنطق التقليدى. ولذلك فإن للقضية الوجودية الموجبة صيغتين: (حـ) (د هـ . ذ هـ): $(\exists x)(fx \,.\, gx)$ وهى الصياغة الجديدة للجزئية الموجبة فى المنطق التقليدى. فإذا أخذ قضية مثل (بعض الشباب طموح)قرأناها حسب الصياغة السابقة (يوجد فرد واحد على الأقل ممن يكون شابا وطموحا). والصياغة الثانية للقضية الوجودية هى (حـ) (د هـ - ذ هـ): $(\exists x)(fx \,.\, -gx)$، هى الصياغة الجديدة للجزئية السالبة التقليدية. فالقضية "بعض الشباب ليس منحرفا"، ونقرؤها حسب الصياغة الرمزية السابقة: يوجد فرد واحد على الأقل مما يكون شابا لكنه ليس منحرفا؛ وذلك مداول أن الجزئية السالبة التقليدية وجودية موجبة فى المنطق الرمزى. وبالمثل للقضية الوجودية السالبة صيغتان: - (حـ) (د هـ . ذ هـ): $-(\exists x)(fx \,.\, gx)$، وهى الصياغة الجديدة للقضية الكلية السالبة فى المنطق التقليدى، فإذا أخذنا القضية (لا عبقرى مقلد) ، فإننا نقرؤها حسب الصياغة السابقة " لا يوجد فرد واحد مما يكون عبقريا ومقلدا. أما الصيغة الثانية للقضية الوجودية السالبة فهى - (حـ) (د هـ . ذ هـ): $-(\exists x)(fx \,.\, gx)$ وهذه هى الصياغة الجديدة للقضية الكلية الموجبة التقليدية؛ والقضية (كل حر مسئول) نقرؤها (لا يوجد فرد واحد مما يكون حرا ولا يكون مسؤولا)،

وذلك مدلول أن القضية الكلية الموجبة التقليدية تصبح قضية وجودية سالبة.

وفى ضوء التمييز السابق، يمكن الإتيان بصياغات رمزية أخرى مساوية للصيغ السابقة، خذ نوعا واحدا منها:

حـ م: – (ك) (د هـ . ذ هـ) تساوى (جـ) (د هـ . ذ هـ).

حـ س: –(ك) (د هـ – ذ هـ) تساوى (جـ) (د هـ – ذ هـ).

ك س: (ك) (د هـ ⊃ – ذ هـ) تساوى – (جـ) (د هـ . ذ هـ) .

ك م: (ك) (د هـ ⊃ ذ هـ) تساوى – (جـ) (د هـ . – ذ هـ).

(بعد البرنكبيا لكن قارن ٨٦ب، ٨٧).

(١٠) النسق الاستنباطى: (لتطوير فكرة النسق الاستنباطى، انظر: النسق الاستنباطى: عناصره فى المنطق)؛ وضع أنساق استنباطية متعددة يتألف كل منها من معرفات وتعريفات ومصادرات، تشتق منها نظريات، قصد بكل نسق أن يكون أساسا لإقامة النظريات الأربعة فى المنطق الرمزى بلا تمييز (بيانو ٤٨، فريجه ٥٩د)؛ جعل النسق الاستنباطى لحساب المحمول هو نفس نسق حساب القضايا، سوى أن لحساب المحمول لا معرفات جديدة، ومن ثم فقوانين حساب المحمول هى نفس قوانين حساب القضايا مصاغة بلغة الدالات (برنكبيا).

(١١) تعديل حساب المحمول للمنطق التقليدى: اكتشاف فساد بعض قوانين المنطق التقليدى وتصحيحها: القضيتان المتناقضتان والمتضادتان تصدقان معا إذا كان الموضوع يمثل صنفا فارغا؛ لا تعكس القضية الكلية الموجبة إلى جزئية موجبة إذا كان موضوع الكلية يمثل صنفا فارغا، حيث لا انتقال من قضية لا تقرر

وجودا إلى قضية تقرر وجودا محسوسا، ولنفس السبب تبيّن فساد الضرب الأول من الشكل الثالث للقياس التقليدى (شرويدر وفريجة ورسل: ٤٢ب؛ ٥٣؛ ٧٢حـ). صياغة الأقيسة الحملية المنتجة والشرطية المنتجة فى مصطلح حساب المحمول، وقواعد إنتاجها هى قواعد قوائم الصدق (بعد البرنكبيا).

١١٣- حساب الأصناف:

أهم عناصر النظرية:

(١) الحدود والأصناف:

النظرة إلى الحدود العامة فى القضية الحملية من جهة المفهوم أى دلالتها على تصورات، والنظرة إليها فى نفس الوقت من جهة الماصدق أى دلالتها على أصناف، مع تغلب النظرة الأولى (أرسطو والمنطق التقليدى: ٦ أ)، بدء النظر إلى الحدود من جهة الماصدق وتجاهل دلالتها على التصورات (أصحاب كم المحمول ودى مورجان وبول: ٢٢حـ، ٢٩).

(٢) تعريف الصنف:

كلمة (صنف) لا معرفة أو هى كلمة أولية يفهم معناها بلا تعريف (بول)؛ تعريفها تعريفا ما صدقيا بحتا حيث أن الكلمة اسم يدل على مجموعة من الأفراد التى تندرج تحته (بيرس وشرويدر: ٤١ب، ١٠٣) الميل إلى اعتبار الكلمة لا معرفة، لكن الصعوبات الناشئة عن التعريف الماصدقى البحت تضطرنا إلى تعريفه بالمفهوم، أى بمجموعة الخصائص التى تؤلف معنى الصنف، ومن ثم نذهب إلى تعريف مزدوج من جهتى المفهوم والماصدق معا، أما الصعوبات الناشئة عن التعريف الماصدقى البحت فهى استحالة تعريف الصنف الفارغ، والصنف ذى العدد

اللامتناهي لأعضائه، وصعوبة التميز بين الصنف ذى العضو الواحد وذلك العضو. (بيانو: ٤٧ب، ٤٧و، ٩٧أ، ٩٨أ؛ تطوير هذا التعريف المزدوج عن طريق (الرموز الناقصة) ودالة القضية (أصحاب البرنكبيا: ٩٧-٩٨).

(٣) طبيعة الصنف :

للصنف وجود ذهني مستقل عن مجرد وجود أفراده، بفضله يمكننا تعريف الصنف بخصائصه (بيانو)؛ للصنف وجود موضوعي مستقل عن أفراده وعن أذهاننا معا، في عالم ثالث - هو عالم المعاني (فريجة: ٦١أ، ٦١ب، رسل ما قبل البرنكبيا: ٩٨أ)؛ استبعاد واقعية الأصناف (بالمعنى الأسكولائي للواقعية)، وإعلان أن الأصناف ليست إلا رموزا لغوية ناقصة (برنكبيا: ٩٨).

(٤) صياغة صنفية جبرية للقضية الحملية:

الرمز إلى الحدود العامة أو الأصناف بحروف الهجاء، والرمز إلى العلاقات بين تلك الحدود في القضية بثوابت رياضية (علامات الجمع والضرب والمساواة واللا مساواة)، ثم صياغة التصنيف الرباعي التقليدي وكأن القضية الحملية معادلة جبرية، لكن الصياغة مضطربة (ليبنتز: ١٨ب ١٨ حـ)؛ إضافة مزيد من الثوابت الرياضية (الطرح والقسمة والصفر والواحد الصحيح)وإجراؤها على الأصناف، ثم صياغة التصنيف الرباعي بحيث يبدو كمعادلات جبرية واضحة دقيقة، لوضوح إدراك العلاقة بين الضرب العددي والضرب المنطقي بين أصناف، بين الجمع العددي والجمع المنطقي (بول: ٢٨-٢٩)؛ تعديل معنى الجمع المنطقي عند بول واستبعاد تطبيق عمليات الطرح والقسمة على الأصناف (جيفونز: ٣٥، بيرس: ٣٩)

(٥) البدء فى التمييز بين الحدود الشخصية والحدود العامة:

(وهو نتيجة للتميز بين اسم العلم والمحمول) وهو التمييز بين العضو فى صنف وذلك الصنف، وإن لم يتضح تماما (بيرس وشرويدر: ٣٧، ٣٩أ، ٤٢)؛ بالتميز الحاسم بين عضوية الفرد فى صنف واحتواء الصنف فى آخر، ومن ثم صياغة القضية الكلية على نحو يجعل علاقة الموضوع بالمحمول علاقة احتواء صنف فى آخر (بيانو: ٤٧ب، فريجة ٥٨ب).

(٦) صياغة صنفية منطقية بحتة للقضايا:

بعد إقامة حساب القضايا، تم استبدال الثوابت المنطقية بالثوابت الرياضية وجاءت الثوابت على نموذج حساب القضايا، وأصبح الضرب المنطقى بين الأصناف على نموذج الربط بين القضايا، والجمع المنطقى على نموذج الفصل بين القضايا؛ والاحتواء على نموذج التضمن، وأضيفت ثوابت جديدة مثل عضوية الفرد فى صنف، واحتواء الصنف فى آخر، بحيث تصاغ كل القضايا الصنفية فى صيغ رمزية منطقية لا أثر فيها لرموز الرياضة (بيانو: ٤٦، ٤٧و، ٤٧ز، فريجة)؛ تطوير صياغة قضايا الأصناف وإضافة ثوابت جديدة، مما جعل حساب الأصناف أكثر ثراء (أصحاب البرنكبيا: ٩٩).

(٧) النسق الاستنباطى:

وضع النسق الاستنباطى لحساب القضايا بحيث يشمل لا معرفات وتعريفات ومصادرات، بعضها يخص الأصناف، ومن بين المصادرات مصادرتان تعبران عن صورتين متميزتين للضرب الأول من الشكل الأول للقياس الأرسطى (بيانو: ٤٧ب، ٤٧و، ٤٧ز)؛ إقامة نسق مستقل لمصادرات حساب الأصناف (هنتجنتن Huntington

: ١٠١: تطوير البحثين السابقين وجعل النسق الاستنباطى لحساب القضايا صالحاً لحساب الأصناف، مع إضافة فكرة جديدة لا معرفة، واستخدام مصادرات هنتجنتن (برنكبيا: ١٠٠)).

(٨) قوانين حساب الأصناف

أطوار عديدة لصياغة القوانين المنطقية التى تؤلف منطق الأصناف، بدأ أول الأطوار أرسطو فى منطقه، ثم صياغة ليبنتز لبعض قوانين جبر الأصناف ومنها البرهان على الشكل الأول للقياس التقليدى (٢٠)، وتطوير قوانين جبر الأصناف (بول: ٣٠)، تصحيح بعض أخطاء بول وتطوير منطقه (بيرس: ٣٩ب) ؛ تصحيح منطق بول فى اتجاه آخر يخلصه من أى آثار لتصورات رياضية ويجعل حساب القضايا أساسيا (بيانو : ٤٦-٤٧)، والبلوغ بجهود بيانو إلى قمتها عند أصحاب البرنكبيا، حيث نجد عدداً هائلاً من الصيغ الصادقة دائماً، والبرهان عليها (٩٧،٩٩-١٠١).

١١٤ - حساب العلاقات:

أهم عناصر النظرية:

(١) العلاقات بين الحدود فى القضية الحملية:

دراسة العلاقات بين الحدود والأسوار فى القضية، مما أدى إلى صياغة قوانين التقابل بين القضايا والاستدلال المباشر وقواعد الأقيسة، لكن الدراسة محدودة بالقضية الحملية، بحيث إذا كانت لدينا قضية تحوى حدين بينهما علاقة اعتبرنا العلاقة جزءاً من أحد الحدين، ومن ثم رددنا قضايا العلاقات إلى حمليات (أرسطو والمنطق التقليدى).

(٢) قضايا العلاقات متميزة من القضايا الحملية:

إمكان النظر إلى القضية الحملية (التقليدية)[٣] على أنها دالة على علاقة بين أصناف؛ ومن ثم إمكان رد القضية الحملية (التقليدية) إلى قضية علاقة، لا العكس (دى مورجان: ٢٢حـ، ٢٣أ)؛ بدء دراسة فكرة العلاقة وتمييز أنواع متعددة من العلاقات وخواص كل منها وقوانينها (دى مورجان: ٢٣-٢٥)؛ تطوير أبحاث دى مورجان بما يوضح التمييز بين قضايا العلاقات والحمليات ومنطق العلاقات على نموذج حساب الأصناف (بيرس: ٤١، ١٠٣)؛ تطوير أبحاث بيرس، مع تمييز حاسم بين منطق الأصناف ومنطق العلاقات، بمعنى أن قضية العلاقة لا يمكن ردها إلى قضية صنفية (رسل وأصحاب برنكبيا: ١٠٣،١٠٦).

(٣) تعريف العلاقة:

تعريف ما صدقي بحت للعلاقة بلغة الأصناف (بيرس: ٤١ب، ١٠٣)، تعريف ماصدقي ومفهومي معا (رسل وأصحاب البرنكبيا: ١٠٤).

(٤) أنواع العلاقات:

يمكن تصنيف العلاقات على أسس متعددة، نقترح التصنيف التالي:

(أ) علاقة بين أفراد، وتسمى أحيانا (علاقة من الدرجة الأولى)، مثل (أخ)، أصغر، يساوى....إلخ (دى مورجان: ٢٥أ)، لكن يمكن لهذا الصنف من العلاقات أن ينقسم بدوره أنواعا عدة، نذكر منها نوعين: (١) العلاقات ثنائية وتربط بين شيئين أو

---

[٣] لا حاجة إلى القول بأن ما سماه المنطق الأرسطى والتقليدى قضايا حملية لم تعد حمليات فى المنطق الرمزى: أصبحت القضايا الكلية – موجبة وسالبة – شرطيات متصلة، القضايا الجزئية – موجبة وسالبة – وجودية موجبة. أما القضية الحملية بالمعنى الدقيق فهى القضية الشخصية فقط. لكن دى مورجان لم يكن وصل بعد إلى هذا الموقف.

حدين، أو ثلاثية وتربط بين ثلاثة حدود، أو رباعية وتربط بين أربعة حدود، أو متعددة الأطراف وتربط بين أكثر من أربعة حدود (بيرس: ٤١أ، رسل: ١٠٦).

(٢) العلاقات قد تكون علاقة واحد بواحد،أو علاقة واحد بكثير، أو علاقة كثير بواحد، أو علاقة كثير بكثير، وقد كان التقسيم الأخير نقطة تحول هامة في فلسفة الرياضة وإمكان تعريف العدد (فريجة، وطوره رسل: ١٠٦).

ب-علاقات بين أصناف أوبين العلاقات السابقة، ومن ثم تسمى أحيانا (علاقة العلاقة) أو (علاقات من الدرجة الثانية) ومن أمثلة هذه العلاقات أحيانا العلاقة العكسية (أو عكس العلاقة)، وسلب العلاقة، وعلاقة التعدى، وعلاقة الضرب، وعلاقة الجمع، ووضعت قوانين تلك العلاقات (دى مورجان: ٢٣-٢٥) تطوير أبحاث دى مورجان وإضافة علاقتين جديدتين الضرب النسبي والجمع النسبي، ووضعت قوانينها (بيرس: ٤١حـ)، تطوير وتعميق لأبحاث دى مورجان وبيرس وإضافة العلاقات التماثلية (رسل: ١٠٥-١٠٦).

(٥) خواص العلاقات:

سميت العلاقات من الدرجة الثانية - السابق ذكرها - أحيانا خواص العلاقات (دى مورجان)؛ لكن إضيفت من بعد أبحاث في خواص العلاقات بنوعيها، ومن أمثلة تلك الخواص: نطاق العلاقة، والنطاق العكسي للعلاقة، وميدان العلاقة إلخ (رسل: ١٠٥).

(٦) حساب العلاقات:

هدف منطق العلاقات هو الوصول إلى قوانين ونظريات صادقة دائما، مشتقة من مجموعة من التعريفات والمصادرات صريحة واضحة منذ البدء إنها محاولة

أولى لصياغة بعض تلك القوانين (دى مورجان: ٢٤-٢٥)؛ محاولة أكثر نضجا تقيم حساب العلاقات على نموذج جبر الأصناف (بيرس: ٤١د)؛ تطوير حساب العلاقات كنسق استنباطى متطور له لا معرفاته وتعريفاته ومصادراته، يقوم على حساب الأصناف، الذى يقوم بدوره على حساب القضايا، ومن ثم نخلص حساب العلاقات من أى أثر لتصورات رموز رياضية (أصحاب البرنكبيا: ١٠٢، ١٠٧ب).

ثبت بالأسماء والموضوعات الواردة

(أ)

(ب)

(ت)

(ث)

(ج)

(ح)

(د)

(ر)

(ز)

(س)

(س)

(ص)

(ض)

(ط)

(ع)

(ف)

(ك)

(ل)

(م)

(و)

(ى)

ترجمة أهم المصطلحات المنطقية الواردة بالكتاب

Algebra of classes	جبر الأصناف
Analysis	تحليل (في الرياضة)
Arithmetisation of analysis	تحسيب التحليل
Assertion	تقرير
Axiom	مبدأ أو قضية
Axiomatic	نسق استنباطي
Calculus	حساب منطقي
Of classes	حساب الأصناف (نظرية)
Of predicate	حساب المحمول (نظرية)
Of proposition	حساب القضايا (نظرية)
Of relation	حساب العلاقات (نظرية)
Class	صنف
- concept	تصور الصنف
complementary –	صنف سالب
null–	صنف فارغ
universe-	صنف شامل
Common notions	أفكار عامة (أقليس)
Conditionals	القضايا الشرطية
Conjunction	ربط (بين القضايا)
Content	محتوى (القضية)
Constant	ثابت منطقي
Conventionalism	المواضعة (نظرية)
Conversion	عكس (في تقابل القضايا، والعلاقات)

Deduction	استنباط
Definition	تعريف
By extension	تعريف بالماصدق
By intension	تعريف بالمفهوم
Disjunction	فصل (بين القضايا)
Equivalence	تكافؤ (بين القضايا)
Function	دالة (في الرياضة)
Argument ofa-	حجة الدالة
Conjunctive –	دالة الربط
Contradictory-	دالة التناقض
Disjunctive-	دالة الفصل
Equivalent	دالة التكافؤ
Implicative-	دالة التضمن
Prepositional-	دالة القضية
Range of value of a –	مجال قيمة الدالة
Truth -	دالة الصدق
Grammatical subject	الموضوع بحسب موضعه من القضية
Identity	هوية أو مساواة (في الأصناف)
Implication	تضمن (بين القضايا)
Inclusion	احتواء (في الأصناف)
Incompatibility	عدم اتساق (بين القضايا)
Inference	استدلال
Law of absorption	قانون الامتصاص
Association for addition	قانون الترابط للجمع
Association for product	قانون الترابط للضرب
Commutation for sum	قانون تبادل المواضع للجمع
Commutation for product	قانون تبادل المواضع للضرب

قانون التوزيع	Distribution
قانون تبادل المواضع	Permutation
القسمة الجبرية	Logical division
المفارقات المنطقية	Paradoxes
الضرب المنطقى	Product
الطرح المنطقى	Substraction
الموضوع المنطقى	Subject
الجمع المنطقى	Sum
الأنماط المنطقية (نظرية)	Types
المنطق الرمزى، اتجاه رد الرياضة إلى المنطق	Logistic
القياس الشرطى المتصل فى صورة إثبات التالى	Modus ponens
القياس الشرطى فى صورة نفى المقدم	Modus tollens
فعل التسمية	Naming
السلب أو التناقض	Negation
ألفاظ غير بنائية	Non-structural words
المصطلح الرمزى	Notation
عدد	Number
عدد أصلى	Cardinal
عدد مركب أو خيالى	Complex
عدد أصم	Irrational
عدد طبيعى	Natural
عدد ترتيبى	Ordinal
عدد منطوق	Rational
نقض المحمول	Obversion
مصادرة أو قضية أولية	Postulate

Predication	حمل
Principle cf summation	مبدأ الإضافة
Simplification	مبدأ التبسيط
Proposition	قضية
Analytic	قضية تحليلية
Atomic	قضية ذرية
Categorical	قضية حملية (المنطق التقليدى)
Compound	قضية مركبة
Disjunctive	قضية شرطية منفصلة
Existential	قضية وجودية
General or universal	قضية عامة أو كلية
Hypothetical	قضية شرطية متصلة
Relational	قضية علاقة
Identity	قضية هوية
Singular	قضية شخصية
Subject-predicate	قضية حملية (المنطق الرمزى)
Quantifier	سور
Existential	سور وجودى أو جزئى
Universal	سور كلى
Quantification	تسوير (القضايا)
Reductio ad absurdum	برهان الخلف
Impossibile	برهان الاستحالة
Reference	إشارة
Relation	علاقة
Monadic	علاقة واحدية
Dual or dyadic	علاقة ثنائية
Triple or traidic	علاقة ثلاثية

Quadruple or tetradic	علاقة رباعية
Symmetrical	علاقة تماثلية
Asymmetrical	علاقة لا تماثلية
Transitive	علاقة متعدية
Intransitive	علاقة لازمة
Relative	حد علاقى (دى مورجان وبيرس)
Relative product	الضرب النسبى
Sum	الجمع النسبى
Rules of inference	قواعد الاستدلال
Rules of substitution	قاعدة التعويض
Sense	معنى
Structural words	ألفاظ بنائية
Tautology	تحصيل حاصل
Theory of Descriptions	النظرية الوصفية (رسل)
Transposition	عكس النقيض
Truth – table	قائمة الصدق
Value	قيمة الصدق
Universe of discourse	عالم المقال (فى الأصناف)
Variable	متغير
Value of	قيمة المتغير

أهم مراجع البحث

1 Ambrose, Allice (Essays in Analysis, London, 1966).

2 Anscombe, G E. M., An Introduction to Wittgenstein's Tractatu,s, London, 1959.

3 and Geach, P., Three Philosophers: Aristotle, Aquinas, Frege, Oxford, 1961.

4. Aristotle, Categoriae, De interpretatione. Analytica Priora, Analytica Posteriora, Metaphysica, in The Works of Arstotle, transted into English by J. A. Smith & W.D: Ross, Vols. I, VIII, London,.1928.

5 Barker, S., Philosophy of Mathematics, Printice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1964.

6. Basson, A. H., & O'Connor, D. J., Introduction to Symbolic Logic, London. 1959.

7 Black, M , The Nature of Mathematics, London, 1933.

8 Black, M., Problems of Analysis, London, 1954.

9 Blanche, R., L'Axiomatique, trans. Into English by G. B. Keene, London, 1962.

10. Buchler, J., Charles Peirce's Empiricism, London, 1939.

11. Buchler, J., The Philosophy of Peirce , London, 1940.

12. Copi, I. M., Symbolic Logic, Macmillan, N. Y., 8th, print, 1962

13. Frege, G.,. Translations from the Philosophical works of Frege, by Geach and Black, Oxford, 1960.
14. ……, The Thought: A Logical Inquiry, trans-into English by Quinton, Mid, vol. 65, 1956.
15. Geach, P., Reference and Generality: An Examination of Some medieval and Modern Theories, N. Y., 1962.
16. ……., What actually exists? P. A. S. S. 1968.
17. Honderich. T., On The Theory of Descriptions, P. A. S., London, 1969.
18. Hull, L. W. H., History and philosophy of Science, London, 1959.
19. Jevons, S., Elementary Lessons in Logic, London, 1870.
20. Kneale, W., Are Necessary Truths True by Convention? P. A. S. S., 1947.
21. …….., Are Frege and Mathematical Logic, in The Revolution in Philosophy, London, 1956.
22. …….., and Kneale, M., The Development of Logic, London, 1964.
23. Lewis, C. I., A Survey of Symbolic Logic, N. Y., 1960.
24. Lukasiewicz, J., Aristotle's Syllogistic, From the standpoint of Modern Formal Logic, 2nd ed. Enlarged, London 1957.
25. Mitchell, D., An Introduction to Logic, London, 1964.
26. Nidditch, P. H. The Development of Mathematical Logic. London, 1962.

27 Passmore, J., A. Hundred Years of Philosophy, London, 1966

28. Pears. D f., Is Existence a Predicate, reprinted in Philosophical Logic, ed. Strawson, London, 1967.

29. Prior, A. N., Formal Logic, London, 1962.

30. Quine, W. V., Truth by Convention; repr. In Readings in Philosophical Analysis, ed. Feigl & Sellars, N. Y., 1949.

31. ...., Methods of Logic, London, 1958.

32. From A Logical Point of View, Massachusetts, 1961.

33 Quinton, A., The Apriori and The Analytic, P. A. S., 1963.

34. Ross, W. D., Aristotle, London, 1949.

35. Runes, D. D., The Dictionary of Phiosophy, London, 1945 (esp. articles on Logic by A. Church).

36. Russel. B., A Critical Exposition of The Philosophy of Leibniz, London, 1937

37 .. .., The Principles of Mathematics, 2nd. London, 1937.

38. . .., and Whitehead, Principia Mathematica, Vol. I, 2nd. Ed 1927, new ed., Cambridge, 1962.

39. ..., Our Knowledge of the External World, ad a field for Scientific Method in Philosophy. London, 1914.

40. , Mysticism and Logic, London, 1918.

41- .. Introduction to Mathematical Philosophy. London, 1920.

42 .... Logic and Knowledge, Essays 1901 – 1950, ed. Marsh, London, 1956.
43. ...., My Philosophical Development, London, 1959.
44. ...., The Philosophy of B. Russell, 2 vols., ed. Schlipp, N.Y. 1944.
45. Ryle, G., Dilemmas, London, 1945.
46. Sloman, A., Explaining Logical Necessity, P.A.S. 1968.
47. Stebbing, L.S., A Modern Introduction to Logic, london, 1950.
48. Strawson, P.F., On Referring, Mind.; 1950.
49. ...., Introduction to Logical Theory, London, 1952.
50. ...., Singular Terms and Predication, Journal of Philosophy, 1961.
51. Tarski, A., Introduction to Logic and to the Methodology of Deductive Sciences, trans. Into English by Helmer, N.Y. 1946.
52. Valberg, J., Improper Singular Terms, P.A.S., 1971.
53. Wittgenstein, L., Tractatus Logico – Philosophicus, London, 1922.
54- ...., Philosophical Investigations, Oxford, 1958.

٥٥- إبراهيم بيومى مدكور: فى اللغة والأدب، القاهرة، ١٩٧١.

٥٦- زكى نجيب محمود: المنطق الوضعى، جـ١، القاهرة، ١٩٥١.

٥٧- عثمان أمين: الفلسفة الرواقية، القاهرة، ١٩٤٥.

٥٨- عبد الرحمن بدوى: المنطق الصورى والحديث، القاهرة، ١٩٦٣.

٥٩- مناهج البحث العلمى، القاهرة ١٩٤٤.

٦٠- محمد ثابت الفندى: فلسفة الرياضة، بيروت، ١٩٦٩.

وقد ظهر كتاب "أصول المنطق الرياضى" للأستاذ الدكتور محمد ثابت الفندى بعد انتهائى من إعداد كتابى هذا فلم أتمكن من الإفادة منه.

السيرة الذاتية للمؤلف

الأســم: محمود فهمى زيدان.

تاريخ ومحل الميلاد: ٧ – ٨ – ١٩٢٧م الزقازيق.

الوظيفة: أستاذ متفرغ بقسم الفلسفة كلية الآداب.

التخصص العام: الفلسفة الحديثة والمعاصرة.

المؤهلات العلمية

١- ليسانس الآداب قسم الفلسفة جامعة القاهرة (١٩٥١م).

٢- ماجستير فى الآداب قسم الفلسفة جامعة القاهرة (١٩٥٦م).

٣- دبلوم عام فى التربية جامعة عين شمس (١٩٥٦م).

٤- ماجستير فى الفلسفة جامعة دبكن Mlitt أيرلندا (١٩٦٠م).

٥- دكتوراه فى الفلسفة من جامعة لندن ph. D (١٩٦٤م).

تم بحمـد الله

مـع تحـيات
دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر
تليفاكس: ٥٢٧٤٤٣٨ - الإسكندرية

